

Politechnika Poznańska
Wydział Elektroniki i Telekomunikacji
Katedra Telekomunikacji Multimedialnej i Mikroelektroniki

Rozprawa doktorska

**Modelowanie ultra szerokopasmowych
bezprzewodowych kanałów
telekomunikacyjnych zawierających
przeszkody wypukłe**

Piotr Górniak

Promotor: prof. dr hab. inż. Wojciech Bandurski

Poznań, 2010 rok

1. Wprowadzenie.....	3
1.1. Transmisja ultra szerokopasmowa.....	3
1.2. Teza i cel rozprawy	5
1.3. Przegląd rozprawy.....	9
2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie	11
2.1. Obiekty wypukłe w kanale propagacyjnym.....	11
2.2. Sygnał UWB w kanale propagacyjnym.....	13
2.3. Podstawowe wiadomości o sygnale UWB.....	14
3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB.....	20
3.1. Parametry kanałów.....	21
3.1.1. Tłumienność kanału.....	23
3.1.2. Parametry małej skali	28
3.2. Metody analizy pola elektromagnetycznego.....	33
3.2.1. Metody numeryczne	33
3.2.2. Metody asymptotyczne	34
3.2.3. Jednolita Teoria Dyfrakcji dla idealnie przewodzącego obiektu wypukłego.....	35
4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym.....	39
4.1. Model przeszkody wypukłej	40
4.2. Odpowiedź impulsowa przeszkody wypukłej – metoda analityczno-numeryczna	42
4.3. Odpowiedź impulsowa przeszkody wypukłej – metoda analityczna	47
4.4. Podsumowanie.....	73
5. Dyfrakcja w strefie przejściowej.....	76
5.1. Pole dyfrakcji w strefie przejściowej na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych	77
5.2. Odpowiedź impulsowa kanału z kaskadą dwóch przeszkód wypukłych	80
5.3. Ciągłość funkcji pola wokół granic cienia	100
5.4. Odpowiedź impulsowa kanału z kaskadą N przeszkód wypukłych.....	107
5.5. Podsumowanie.....	119
6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne.....	121
6.1. Procedura obliczenia odpowiedzi impulsowej przeszkód wypukłych.....	122

6.2.	Weryfikacja numeryczna odpowiedzi impulsowych przeszkód wypukłych.....	128
6.2.1.	Wyniki symulacji dyfrakcji na pojedynczej przeszkodzie wypukłej.....	129
6.2.2.	Wyniki symulacji dyfrakcji na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych	138
6.3.	Wyniki symulacji rozszynchronizowania impulsu UWB na przeszkodzie wypukłej ...	143
6.4.	Zależność rozpraszania i tłumienia impulsu UWB od szerokości jego pasma	145
6.5.	Analiza znaczenia składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych	149
6.6.	Podsumowanie.....	150
7.	Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu	153
7.1.	Krótki opis eksperymentalnej weryfikacji modelu.....	154
7.3	Pierwszy scenariusz pomiarów	155
7.3.1	Opis scenariusza pomiarowego	155
7.3.2	Pomiar przy braku cylindra między antenami.....	157
7.3.3	Pomiar przy cylindrze wstawionym między anteny	160
7.4	Drugi scenariusz pomiarów	162
7.4.1	Opis scenariusza pomiarowego	162
7.4.2	Pomiar przy braku cylindra między antenami.....	165
7.4.3	Pomiar przy cylindrze wstawionym między anteny	166
7.5	Przetwarzanie wyników pomiarów	169
7.5.1	Procedura przetwarzania wyników pomiarów	170
7.5.2	Zmierzona i teoretyczna transmitancja badanego cylindra	176
7.5.3	Zmierzona i teoretyczna odpowiedź impulsowa cylindra	181
7.6	Podsumowanie.....	183
8.	Podsumowanie rozprawy i wnioski końcowe	185
Literatura	189

1. Wprowadzenie

1.1. Transmisja ultra szerokopasmowa

Zapotrzebowanie na przesyłanie sygnałów (informacji) na określone odległości, w zadanej postaci, objętości oraz z wymaganą szybkością i niezawodnością pojawia się w całej gamie zastosowań technologicznych w obszarze telekomunikacji. W przypadku transmisji danych medium do tego przeznaczonym może być przewodnik elektryczny, światłowód, powietrze (transmisja bezprzewodowa) itd.

Bezprzewodowa transmisja danych jest alternatywą dla transmisji przewodowej i odróżnia ją od transmisji przewodowej elastyczność rozmieszczenia komunikujących się urządzeń i mobilność. Niniejsza rozprawa skupia się na problemie ultra szybkiego bezprzewodowego przesyłania sygnałów, które potencjalnie umożliwiłyby przepływności bitowe rzędu kilku Gb/s. Rodzajem transmisji danych umożliwiającej taką przepływność – szybkość transmisji (*ang.* bit rate), jest transmisja ultra szerokopasmowa. Transmisja ultra szerokopasmowa UWB (*ang.* Ultra Wide Band) jest rodzajem transmisji bezprzewodowej, dla której minimalna szerokość pasma pojedynczego kanału jest określona jako 500 MHz pasma bezwzględnego lub 25% częstotliwości nośnej. Aktualnie istnieją różne wąskopasmowe systemy transmisji bezprzewodowej. Każdy z nich zajmuje pewne wąskie pasmo częstotliwości. W każdym z tych systemów można transmitować dane z określoną prędkością zależną od szerokości pasma, jakie zajmuje, użytej modulacji, kodowania kanałowego i warunków propagacyjnych. Jednak w systemach wąskopasmowych transmisja danych o większych przepływnościach, np. rzędu kilku Gb/s jest nierealna, nawet przy zastosowaniu modulacji wysokich rzędów przy bardzo wysokim stosunku sygnału do szumu – SNR.

Odpowiedzią na te komunikacyjne wyzwania jest technologia UWB, ponieważ jak wynika z twierdzenia Shannona, maksymalna możliwa do uzyskania przepływność w danym systemie przy określonym stosunku sygnału do szumu, jest proporcjonalna do szerokości pasma, jakie zajmuje transmitowany sygnał. Dlatego korzyścią, płynącą z faktu zwiększonej szerokości pasma sygnału nadawanego, jest m.in. możliwość przesyłania bezprzewodowo bardzo pojemnych strumieni bitowych na bieżąco. Kształt sygnału UWB w dziedzinie czasu jest ciągiem impulsów o bardzo krótkim czasie trwania (nawet kilkudziesiąt ps). Impulsy te mogą być nadawane z taką mocą, aby nie zakłócać obecnie istniejących systemów wąskopasmowych. Zastosowanie technologii UWB, oprócz znacznego zwiększenia przepływności transmitowanych danych, pozwala na

1. Wprowadzenie

uproszczenie nadajnika i odbiornika w porównaniu do nadajników i odbiorników wąskopasmowych. Umożliwia to fakt, że sygnał UWB może być transmitowany w paśmie podstawowym, a także zastosowanie prostszej modulacji, jaką jest np. modulacja położenia impulsów w dziedzinie czasu - PPM (*ang.* Pulse Position Modulation). Do innych korzyści, wynikających z zastosowania technologii UWB należą m.in. zwiększona rozdzielczość w technice namierzania, zwiększona dokładność przy obrazowaniu lokalizowanych obiektów oraz możliwość wysyłania sygnału z mniejszą mocą, dzięki zwiększonej odporności sygnału UWB na szумы [49]. Pamiętając o wielu korzyściach wynikających z ewentualnego zastosowania technologii UWB, trzeba również zaznaczyć, że fakt zajmowania przez sygnał ultra szerokiego pasma, powoduje pojawienie się dodatkowych problemów, które należy rozwiązać przy projektowaniu systemu UWB. Problemy te mają pomijalne znaczenie przy projektowaniu systemów wąskopasmowych. Wynikają one ze zniekształceń impulsu UWB, wywoływanych przez kanał propagacyjny. Dla sygnałów UWB nie można przyjąć założenia, że charakterystyka amplitudowa kanału propagacyjnego jest płaska lub quasi-płaska na tak ultra szerokim przedziale częstotliwości. Nie uwzględnienie wpływu kanału na zniekształcenie impulsu UWB, może skutkować nieprawidłowym odebraniem takiego sygnału [82]. Należy również podkreślić, że zniekształcony impuls UWB doznaje przesunięcia jego maksimum na osi czasu, co może skutkować błędną jego synchronizacją w odbiorniku oraz powstawaniem błędów przy namierzaniu obiektów przez radary lub sensory [52, 53].

Dlatego do prawidłowego zaprojektowania systemu UWB potrzebna jest analiza zniekształceń, jakich doznaje sygnał UWB w kanale. Aby tego dokonać, należy przeprowadzać analizy kanału propagacyjnego pomiędzy anteną nadawczą i odbiorczą. W tym celu potrzebne jest określenie modelu kanału propagacyjnego. Modelowania kanałów propagacyjnych można dokonać przy użyciu pomiarów, teoretycznie lub łącząc te dwie metody. Pierwszy rodzaj modeli adekwatny jest dla konkretnych środowisk propagacyjnych, podobnych do tych, w których pomiary zostały już wykonane. Drugi rodzaj modeli adekwatny jest dla dowolnego środowiska, jeśli tylko można to środowisko odzwierciedlić w programie symulacyjnym. W związku z tym nasuwa się wniosek, że to modelowanie teoretyczne jest bardziej przydatne dla przypadku kanałów transmisyjnych o nowej nieprzebadanej wcześniej charakterystyce. W szczególności modelowanie teoretyczne jest tym narzędziem, dzięki któremu można określić zniekształcenie propagującego się impulsu UWB, ponieważ to składniki kanału tzn., poszczególne przeszkody w nim się znajdujące, decydują o tym zniekształceniu. Prawidłowo określony teore-

tyczny model kanału transmisyjnego pozwoli na prawidłowe wykorzystanie tych informacji przy procesie przetwarzania i synchronizacji sygnału UWB w odbiorniku. Wśród przeszkód, mogących wystąpić w kanale, wyróżniamy obiekty płaskie, krawędzie oraz obiekty wypukłe. Fala elektromagnetyczna natrafiając na te przeszkody, poddaje się zjawiskom falowym, jak odbicie, dyfrakcja. Spośród tych zjawisk najbardziej złożonym aparatem matematycznym, są opisane zjawiska dyfrakcji oraz odbicia na obiektach wypukłych [41, 47]. Inne zjawiska falowe, przy obecnych rezultatach prac badawczych, wydają się być opisane w sposób, który umożliwia implementację tych opisów w programach do symulacji propagacji fali elektromagnetycznej [3].

1.2. Teza i cel rozprawy

Zjawiska odbicia oraz dyfrakcji na obiektach wypukłych opisane są podobnym aparatem matematycznym. Jednak fizykalna i geometryczna analiza zjawiska dyfrakcji jest bardziej złożona. Z tych względów niniejsza rozprawa skupia się na określeniu efektywnego modelu dyfrakcji na obiektach wypukłych, który mógłby być użyty w programie symulacyjnym do analizy zniekształceń sygnału UWB, doznającego dyfrakcji na przeszkodach wypukłych. W przypadku transmisji sygnału UWB, z uwagi na jego ultra szerokie pasmo oraz nieliniowości nadajnika i odbiornika, najkorzystniej jest określić kanał propagacyjny w dziedzinie czasu [63]. Dlatego modelem dyfrakcji, który będzie wyznaczany, jest odpowiedź impulsowa obiektu oraz obiektów wypukłych dla przypadku dyfrakcji, czyli czasowy współczynnik dyfrakcji dla takich obiektów.

W ostatnim okresie zauważono potrzebę stworzenia modelu czasowego przeszkody wypukłej na potrzeby analizy propagacji sygnału UWB. Jednak są one niedokładne [82], lub zbyt skomplikowane do wykorzystania w programach symulacyjnych [20, 67]. Modele te bazują w większości na asymptotycznych metodach analizy pola, m. in. na Jednolitej Teorii Dyfrakcji (*ang.* Uniform Theory of Diffraction - UTD). W tej rozprawie również UTD będzie teorią odniesienia. Jednolita teoria dyfrakcji jest asymptotyczną metodą analizy pola elektromagnetycznego, określoną w dziedzinie częstotliwości, dedykowaną dla długości fal znacząco mniejszych od rozmiarów geometrycznych przeszkody w kanale propagacyjnym [47]. Prawdopodobieństwo zachowania takiej relacji między długością fali a rozmiarami geometrycznymi przeszkód, które mogą wystąpić w kanale, jest proporcjonalne do częstotliwości fali. Im ta częstotliwość jest większa, tym rozmiary geometryczne przeszkód mogą być mniejsze. Z tego względu

1. Wprowadzenie

Jednolitą Teorię Dyfrakcji można uznać za metodę analizy propagacji fali elektromagnetycznej, dedykowanej w szczególności dla transmisji sygnałów o wielkich częstotliwościach. Takimi częstotliwościami w swoim widmie Fouriera charakteryzuje się właśnie sygnał UWB. Dlatego znalezienie odpowiednika czasowego UTD dla przypadku dyfrakcji, doprowadzi do szukanego celu, w postaci wyznaczenia odpowiedzi impulsowej kanału UWB z obiektami wypukłymi dla ciągu krótkich impulsów. Opisuując zjawisko dyfrakcji na przeszkodach wypukłych, należy w pierwszej kolejności określić, jakie mechanizmy falowe mają miejsce. Dyfrakcja na obiektach wypukłych powstaje wskutek występowania fali pełzającej (*ang.* creeping wave). Fala ta jest w Jednolitej teorii dyfrakcji reprezentowana przez promień pełzający, któremu jest przypisany współczynnik dyfrakcji na obiekcie wypukłym. Fala „przykleja” się do obiektu, „pełzając” po nim, a następnie „odkleja” się od obiektu i dociera do punktu obserwacji. Falę pełzającą można analizować przy pomocy różnych narzędzi matematycznych (analitycznych i numerycznych), natomiast Jednolita teoria dyfrakcji, wykorzystana w rozprawie, jest najefektywniejszym z tych sposobów. Metoda ta jest adekwatna dla celów badania propagacji sygnału UWB, gdyż przedział częstotliwości, w którym może być transmitowany sygnał UWB, sięga powyżej 10 GHz [9]. Dla takich częstotliwości JTD jest asymptotycznym rozwiązaniem falowych równań Maxwella. W UTD dla przypadku dyfrakcji rozróżnia się dyfrakcję pierwszego rzędu – dyfrakcję amplitudy, dyfrakcję drugiego rzędu – dyfrakcję zbocza oraz dyfrakcję wyższych rzędów, które można w praktyce pominąć. Dlatego nie będą one brane w rozprawie pod uwagę. Artykułem bazowym dla teorii UTD jest praca P. H. Pathaka [60]. Choć teoria tam przedstawiona jest ograniczona dla obiektów wypukłych o dużej przewodności, to jest ona adekwatna dla wielu rzeczywistych obiektów wypukłych, mogących realnie wystąpić w kanale propagacyjnym. Takimi obiektami są m.in. metalowe obiekty w kształcie walca jak również człowiek [17, 30].

Jak wcześniej napisano, UTD dla przypadku dyfrakcji, można podzielić praktycznie na dyfrakcję pierwszego rzędu oraz dyfrakcję drugiego rzędu. Uwzględnienie w analizie propagacji fali jedynie dyfrakcji pierwszego rzędu, nazywanej „dyfrakcją amplitudy” (*ang.* amplitude diffraction), jest możliwe, gdy kanał zawiera tylko pojedyncze przeszkody tzn. takie, które nie znajdują się w strefie przejściowej (*ang.* transition zone) innej przeszkody. Przykładem usytuowania przeszkód, w którym jedna przeszkoda znajduje się w strefie przejściowej innej przeszkody, jest kaskada obiektów wypukłych.

1. Wprowadzenie

W takiej sytuacji przy analizie propagacji fali, musi być uwzględniona dyfrakcja drugiego rzędu, nazywana „dyfrakcją zbrocza” (*ang.* slope diffraction).

W rozprawie, częstotliwościowa UTD jest przetransformowana do dziedziny czasu za pomocą odpowiedniego wykorzystania odwrotnej transformaty Laplace’a, jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera [66], metody dopasowania wektora (*ang.* „Vector Fitting” –VF) [27] oraz samodzielnie opracowanych aproksymacji. W wyniku tego zostaną uzyskane współczynniki w dziedzinie czasu (współczynniki czasowe), składające się na odpowiedź impulsową przeszkód wypukłych.

Dotychczas opracowane czasowe modele dyfrakcji na obiektach wypukłych są zbyt niedokładne [82], lub zbyt skomplikowane do implementacji ich na potrzeby analizy propagacji sygnału UWB na wielu przeszkodach wypukłych [20, 67]. Dlatego istnieje potrzeba uzyskania współczynników czasowych dla obiektów wypukłych, które można by wykorzystać efektywnie w programie do symulacji propagacji sygnału UWB. Potrzeba jest również znalezienie sposobu na analityczne łączenie tych współczynników, w celu pozbycia się wielu czasochłonnych obliczeń numerycznych operacji splotu współczynników, odpowiadających kolejnym przeszkodom, znajdującym się na drodze określonej składowej impulsu UWB.

W związku z powyższym tezę tej rozprawy można sformułować w sposób następujący:

„Możliwe jest opracowanie czasowego współczynnika dyfrakcji (odpowiedzi impulsowej) jednej przeszkody lub wielu przeszkód wypukłych oraz procedury obliczania tych odpowiedzi, za pomocą których możnaby w efektywny sposób, bezpośrednio w dziedzinie czasu, analizować propagację sygnału UWB w torze transmisyjnym”.

W celu zweryfikowania tak postawionej tezy w rozprawie wykonane zostaną następujące zadania:

I. Wyznaczenie współczynników czasowych przeszkód wypukłych poprzez:

- 1) Przybliżenie Jednolitej Teorii Dyfrakcji w dziedzinie częstotliwości do postaci dogodnej do przekształcenia jej do dziedziny czasu dla dyfrakcji na pojedynczej przeszkodzie wypukłej („dyfrakcja amplitudy”),
- 2) Wyznaczenie przybliżonej UTD dla dyfrakcji zbrocza w przypadku dyfrakcji na kaskadzie obiektów wypukłych [41],

1. Wprowadzenie

3) Przekształcenie przybliżonych współczynników „dyfrakcji amplitudy” do dziedzinie czasu poprzez użycie transformaty Laplace’a, jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera [34] oraz zastosowanie aproksymacji "Vector Fitting" [27],

4) Wykorzystanie transformaty Laplace’a oraz jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera również dla przypadku „dyfrakcji zbieżności”.

5) Zaproponowanie pewnych aproksymacji pozwalających na analityczne wyznaczenie współczynnika czasowego odpowiadającego kaskadzie obiektów wypukłych, które mogłyby również być wykorzystane przy analitycznym łączeniu współczynników dyfrakcji i odbicia dla obiektów wypukłych oraz innych obiektów, mogących się pojawić na drodze propagacji fali elektromagnetycznej.

II. Wykorzystanie wyników, wymienionych w punkcie I, do przebadania zniekształceń sygnału UWB z równoczesną oceną efektywności zastosowania tych współczynników.

III. Analiza warunków, przy których odpowiedź impulsową kaskady przeszkód wypukłych można uprościć, poprzez traktowanie wybranych przeszkód w kaskadzie, jako przeszkody pojedyncze.

Kluczowym zadaniem do rozwiązania, które pozwoli znaleźć czasowy odpowiednik UTD dla obiektów wypukłych, jest znalezienie sposobu na przetransformowanie wyrażenia, zawierającego pewne funkcje specjalne, występujące w Jednolitej Teorii Dyfrakcji. Pierwszą z tych funkcji jest funkcja rozpraszania Focka [13, 76], odzwierciedlająca właściwości fali pełzającej, natomiast drugą z tych funkcji jest funkcja strefy przejściowej (*ang.* transition function) [47]. Model geometryczny obiektu wypukłego zostanie w rozprawie przyjęty na podstawie literatury [np. 3], opisującej rozpraszanie sygnału na obiektach wypukłych przy użyciu optyki geometrycznej, jaką jest Jednolita Teoria Dyfrakcji.

Celem pracy jest wyznaczenie odpowiedzi impulsowych dobrze przewodzącej przeszkody wypukłej i kaskady dobrze przewodzących przeszkód wypukłych dla przypadku dyfrakcji za pomocą opracowanych w rozprawie metod, które można by również zastosować przy wyznaczaniu odpowiedzi impulsowych kanałów zawierających inne przeszkody niż wypukłe. Zostanie opracowana procedura efektywnego obliczania odpowiedzi impulsowych tak, aby ich implementacja w programie symulacyjnym była maksymalnie korzystna. Odpowiedzi te będą wykorzy-

stane do badań propagacji sygnału UWB w kanale z przewodzącymi obiektami wypukłymi.

W szczególności w rozprawie przebadane będą następujące zagadnienia:

- Analiza wpływu pojedynczej przeszkody i kaskady przeszkód wypukłych na kształt sygnału UWB,
- Analiza wpływu przeszkód wypukłych na synchronizację sygnału w odbiorniku,
- Analiza zagadnienia dotyczącego odpowiedzi na pytanie, kiedy zbiór obiektów wypukłych możemy traktować jako kaskadę obiektów wypukłych, a kiedy jako zbiór pojedynczych obiektów wypukłych, co jest ważne przy podjęciu decyzji, jaką formę odpowiedzi impulsowej wybrać przy zadanej geometrii kanału.

Efektywność opracowanych metod zostanie zbadana poprzez ocenę szybkości i dokładności uzyskiwanych wyników w procesie symulacji propagacji sygnału UWB w kanałach transmisyjnych, zawierających dobrze przewodzące obiekty wypukłe. Przedstawiona zostanie eksperymentalna weryfikacja wyników.

Potencjalny obszar zastosowań wyników pracy obejmuje symulacje na etapie projektowania bezprzewodowych systemów transmisji danych z wykorzystaniem sygnału UWB.

1.3. Przegląd rozprawy

Rozprawa jest podzielona na 8 rozdziałów i zakończona spisem literatury. W następnym rozdziale rozprawy przedstawiony jest obszar tematyczny dziedzin naukowych, związanych z wynikami prac, zaprezentowanych w rozprawie. Nawiązuje on do problemu uwzględnienia analizy propagacji fali elektromagnetycznej na obiektach wypukłych w kanale propagacyjnym, sposobu opisu rozpraszania fali EM na obiekcie wypukłym, jego postaci dla sygnału wielkoczęstotliwościowego, analizy propagacji impulsów UWB itd. Rozdział 3 jest poświęcony modelowaniu kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB, przy jednoczesnym porównaniu go z modelowaniem kanałów wąskopasmowych, a także przeglądowi metod analizy pola, ze szczególnym skupieniem się na tej, która będzie wykorzystana w rozprawie. W rozdziałach 4, 5 oraz 6 przedstawione są główne wyniki rozprawy. Rozdział 4 zawiera opis dwóch autorskich procedur wyznaczenia odpowiedzi impulsowej pojedynczej przeszkody wypukłej. Natomiast w rozdziale 5 pokazany jest autorski sposób wyprowadzenia odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych. W końcu, w rozdziale 6 pokazana jest autorska procedura wy-

1. Wprowadzenie

znaczenia uproszczonej postaci odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych oraz przedstawione są wyniki numerycznej weryfikacji tej procedury oraz wzorów, opracowanych w rozdziałach 4 i 5. W rozdziale tym są opisane także wyniki rozpraszania impulsów UWB na przeszkodach wypukłych, w tym zależność rozpraszania impulsu UWB od szerokości pasma impulsu i parametrów przeszkód oraz wyniki roz-synchronizowania impulsu UWB spowodowane dyfrakcją na przeszkodzie wypukłej. Wyprowadzone w rozprawie odpowiedzi impulsowe są również skonfrontowane z wynikami przeprowadzonych eksperymentów pomiarowych, opisanych w rozdziale 7. W rozdziale 8 przedstawione jest podsumowanie rozprawy i wnioski.

2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie

2.1. Obiekty wypukłe w kanale propagacyjnym

Kanał, w którym propaguje się fala elektromagnetyczna, może zawierać przeszkody o różnym kształcie. Są nimi również przeszkody wypukłe. Dlatego potrzebna jest znajomość zjawisk elektromagnetycznych, zachodzących na obiektach wypukłych. Do obiektów wypukłych w ścisłym sensie zaliczyć można obiekty cylindryczne w budynkach (np. filary), w halach fabrycznych itp. Poza tym, obiektami wypukłymi mogą być elementy, które w wymiarze 2D można modelować łukiem okręgu. Możemy do nich zaliczyć wypukłe powierzchnie w budynkach lub pagórki i wzgórza [3]. Warto podkreślić jest to, że obiektem wypukłym może być również modelowana obecność człowieka w kanale [17, 30].

Zjawiska zachodzące na obiekcie wypukłym, powstające w wyniku padania na nie fali EM, były szeroko analizowane w literaturze [15, 57, 58, 71, 76]. Szczególnie interesującym zjawiskiem jest dyfrakcja na obiekcie wypukłym. Dyfrakcja ta, jest opisywana jako konsekwencja prądów, wywoływanych przez falę padającą, które są przewodzone przez obiekt wypukły. Związana z tymi prądami fala, jest nazywana falą pełzającą [13, 55, 56]. W wyniku matematycznej analizy fal pełzających, powstały tzw. funkcje Focka, opisujące dyfrakcję na obiekcie wypukłym [13]. Wykorzystują one tzw. funkcje Airiego [1, 47]. Ze względu na złożoność funkcji rozpraszania Focka, prowadzone były prace nad metodami ich upraszczania. Dotyczą one numerycznych uproszczonych metod obliczania funkcji Focka [61] oraz ich aproksymacji [45, 47].

Prace nad analizą rozpraszania fali EM na obiektach wypukłych były prowadzone przy założeniu ich różnych parametrów elektrycznych. Należą do nich obiekty bardzo dobrze przewodzące (ich konduktywność $\sigma \rightarrow \infty$) [46, 47], obiekty o skończonej wartości konduktywności, scharakteryzowane przez ich impedancję powierzchniową [15, 58] oraz obiekty dielektryczne o względnie mniejszej konduktywności [32, 44, 78]. Spośród tych trzech rodzajów obiektów wypukłych, relatywnie najprostszym aparatem matematycznym, opisane jest rozpraszanie fali EM na bardzo dobrze przewodzącym obiekcie. Pomimo uproszczonego opisu zjawisk zachodzących na tym obiekcie, może być on wykorzystany jako model wielu elementów kanału propagacyjnego [3, 17, 30]. Z wymienionych względów, w rozprawie podjęte są rozważania, dotyczące rozpraszania fali na bardzo dobrze przewodzącym obiekcie, dlatego pojęcie obiekt wypukły (przeszkoda

wypukła) będzie wiązane w rozprawie z bardzo dobrym przewodnikiem. Promień krzywizny rozważanych obiektów, będzie stały. Chociaż w literaturze była podejmowana również analiza rozpraszania fali EM na przeszkodach o zmiennej wartości promienia [29], to podstawą do tych rozważań jest propagacja fali EM na obiekcie o stałej wartości promienia.

Wyniki prac, przedstawionych w rozprawie, skupiają się na matematycznej analizie zjawiska dyfrakcji na obiekcie wypukłym. Zjawisko odbicia na takim obiekcie opisane jest wzorami podobnymi, do tych wykorzystanych dla przypadku dyfrakcji [47]. Z tego względu, rozważania, których wyniki zostaną zaprezentowane w rozprawie, można będzie przez analogię ekstrapolować dla zjawisko odbicia na obiekcie wypukłym.

Celem analiz, przedstawionych w rozprawie, jest opracowanie modelu czasowego przeszkody wypukłej dla propagacji sygnału UWB w kanale z przeszkodami wypukłymi.

Sygnał UWB jest sygnałem wielkoczęstotliwościowym. W przypadku takich sygnałów, możliwe jest stosowanie asymptotycznych metod analizy propagacji fali EM. Najbardziej naturalną z nich, jest Optyka Geometryczna (*ang.* Geometrical Optics – GO) [38, 42, 47]. Metoda ta definiuje proces propagacji fali EM, bazując na analogiach do zjawisk zachodzących przy propagacji światła. Są nimi zjawiska odbicia i załamania.

Wykorzystanie Optyki Geometrycznej umożliwi symulację propagacji fali EM w określonym kanale, przy użyciu metody „śledzenia promieni” (*ang.* ray tracing) [16, 34, 68, 70, 73]. Chociaż stosowanie Optyki Geometrycznej pozwala na uwzględnienie w procesie analizy propagacji fali EM zjawiska odbicia oraz załamania, to nie udostępnia możliwości zdefiniowania wartości pola w obszarach cienia (obszar, do którego nie dochodzi promień bezpośrednio od źródła fali oraz promień odbity). Obszar cienia (strefa cienia) jest odgraniczony od strefy światła (obszar, do którego docierają promienie bezpośrednio i odbite) tzw. granicami cienia. W przypadku obiektów wypukłych granice te są oznaczone jako SSB (*ang.* Surface Shadow Boundary) [47, 60].

Na potrzeby wykorzystania metody „śledzenia promieni” w kanałach, w których występują granice cienia, musi być wykorzystana metoda, która uwzględnia promienie dyfrakcji. Pierwszą z takich teorii jest Geometryczna Teoria Dyfrakcji (*ang.* Geometrical Theory of Diffraction GTD) [47], w ujęciu której promień dyfrakcji jest promieniem pełzającym, odpowiadającym fali pełzającej. Jednak GTD nie opisuje w dokładny sposób wartości pola rozproszonego w strefach przejściowych (strefa przejściowa jest od-

powiednikiem pierwszej strefy Fresnela [2, 41, 72]) oraz prowadzi do opisu pola, którego wartości są nieciągłe na granicach cienia.

Z czym nie radzi sobie Geometryczna Teoria Dyfrakcji, można rozwiązać przy wykorzystaniu Jednolitej Teorii Dyfrakcji (*ang.* Uniform Theory of Diffraction - UTD). W teorii tej kluczowym elementem jest tzw. funkcja strefy przejściowej, która decyduje o dokładnym określeniu wartości pola w strefach przejściowych, w tym wokół granic cienia. Jak już wspomniano, pracą bazową, definiującą UTD na obiektach wypukłych jest [60]. Teoria ta jest zdefiniowana dla dziedziny częstotliwości.

Wymienione zalety UTD, sprawiają, że okazuje się ona być najlepszym narzędziem do wykorzystania w programach symulacyjnych, stosujących metodę „śledzenia promieni” przy badaniu rozkładu pola EM w obszarach z granicami cienia.

Prowadzone były prace nad odmianami Jednolitej Teorii Dyfrakcji. Dla przykładu podejmowane były rozważania prowadzące do określenia heurystycznej odmiany UTD [6].

Propagacja fali na obiektach wypukłych jest zarówno tematem prac o tematyce komunikacyjnej [10, 36, 59], jak i techniki namierzania. W zastosowaniach radarowych i sensorowych analizowane było m. in. zagadnienie namierzania obiektu wypukłego poprzez wykorzystanie własności promienia pełzającego powrotnego [52, 53].

2.2. Sygnał UWB w kanale propagacyjnym

Zastosowanie sygnału UWB w transmisji bezprzewodowej pozwala na osiągnięcie wielu korzyści w dziedzinie komunikacji i namierzania [49]. Jednak z jego zastosowaniem wiążą się nowe wyzwania, którym należy sprostać, aby w pełni móc wykorzystać zalety transmisji ultra szerokopasmowej [43, 48, 49, 63, 65]. W tym celu prowadzone są od lat badania propagacji sygnału UWB w torze transmisyjnym poprzez wykorzystanie metod empirycznych (pomiarów) [14, 18, 39] oraz metod teoretycznych [19, 81]. Wymóg współistnienia systemów UWB z innymi już istniejącymi systemami wąsko i szerokopasmowymi, prowadzący do wyznaczenia ograniczeń na poziom gęstości widmowej mocy sygnału UWB [9, 11, 12], inspiruje badania nad różnymi kształtami impulsów UWB, posiadających pożądaną charakterystykę gęstości widmowej mocy [4, 5]. Równolegle rozwijają się prace nad układami elektronicznymi mogącymi, w jak najprostszy sposób, generować impulsy UWB [28, 40, 54]. O kształcie nadanego w kanał i odebranego przez odbiornik impulsu UWB decyduje antena. Z tego względu

prowadzone są szeroko prace nad projektowaniem ultra szerokopasmowych anten, których parametry, takie jak zysk energetyczny są funkcją częstotliwości [8, 64, 74]. Uzupełnieniem badań nad generacją sygnału UWB i antenami, które będą wysyłały sygnał do medium, są prace nad modelowaniem kanałów propagacyjnych UWB [7, 50]. Wkładem w teoretyczną metodę modelowania kanałów UWB są wyniki, które będą zaprezentowane w rozprawie.

2.3. Podstawowe wiadomości o sygnale UWB

Technologia UWB jest sposobem transmisji danych, który może dostarczyć wielu istotnych korzyści zarówno z punktu widzenia telekomunikacji jak i w dziedzinie zastosowań radarowych i sensorowych. Ze względu na bardzo szerokie pasmo, jakim charakteryzuje się sygnał UWB, jest on bardzo odporny na przechwycenie i podsłuch, a potencjalne zastosowania jego transmisji sięgają od telekomunikacji o znacznie większej przepływności, bardziej odpornej na efekty wielodrogowości przy zastosowaniu prostszej struktury odbiorników i nadajników o mniejszych mocach nadawczych po zastosowania radarowe i sensorowe takie, jak penetracja ziemi, śniegu, gruzowisk, ścian, wykrywanie wczesnych zmian chorobowych w medycynie, dokładne namierzanie i obrazowanie celów wojskowych, identyfikacja radiowa RFID oraz rozliczanie opłat za korzystanie samochodami z płatnych trakcji drogowych [49].

Te potencjalne możliwości technologii UWB spowodowały, że organizacje regulacyjne zezwalają na transmisje sygnału UWB szerokim paśmie częstotliwości. Według tych regulacji sygnał UWB może być transmitowany w paśmie powyżej 960 MHz, 1,99 – 3,1 GHz, 3,1-10,6 GHz albo powyżej 10,6 GHz w zależności od zastosowania, jakiemu ma służyć transmisja ultra szerokopasmowa. Regulacje ograniczają jednocześnie widmową gęstość mocy sygnału UWB, co jest wynikiem dbania o koegzystencję systemów UWB i innych systemów, działających już obecnie. W Stanach Zjednoczonych regulacjami tymi zajmuje komisja FCC [11, 12], natomiast na terenie Unii Europejskiej dokumentem regulującym te sprawy jest decyzja Komisji Wspólnot Europejskich (*ang.* Commission Of The European Communities - EC) z 21 lutego 2007 roku [9]. Wyniki tej decyzji są zebrane w tabeli 2.1. Jednocześnie w decyzji jest podkreślone, że gęstość widmowa mocy sygnału może być większa niż ta, przedstawiona w tabeli 2.1, jeśli zostaną podjęte odpowiednie środki ochronne (np. w postaci zmniejszonego współczynnika wypełnienia odstępu modulacji sygnałem UWB). Limity emisji dotyczące transmisji UWB na terenie USA są zestawione w tabelach 2.2 oraz 2.3, na-

2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie

tomiast zbiorowe zestawienie informacji regulacyjnych z różnych części świata znajduje się w tabeli 2.4.

Tabela 2.1: Zestawienie regulacji stworzonych przez EC odnośnie transmisji UWB

ZAKRES CZĘSTO- TLIWOŚCI [GHz]	Maksymalna średnia gę- stość widmowa mocy EIRP [dBm/MHz]	MAKSYMALNA SZCZY- TOWA GĘSTOŚĆ WIDMOWA MOCY EIRP [dBm/MHz]
Poniżej 1,6	-90,0	-50,0
1,6-3,4	-85,0	-45,0
3,4-3,8	-85,0	-45,0
3,8-4,2	-70,0	-30
4,2-4,8	-41,3 (do 31.12.2010) -70,0 (od 31.12.2010)	-0,0 (do 31.12.2010) -30,0 (od 31.12.2010)
4,8-6,0	-70,0	-30,0
6,0-8,5	-41,3	0
8,5-10,6	-65,0	-25,0
Powyżej 10,6	-85,0	-45,0

Tabela 2.2: Zestawienie regulacji FCC odnośnie transmisji UWB w budynkach.

ZAKRES CZĘSTO- TLIWOŚCI [MHz]	Maksymalna średnia gęstość widmowa mocy EIRP [dBm/MHz]
960-1610	-75,3
1610-1990	-53,3
1990-3100	-51,3
3100-10600	-41,3
Powyżej 10600	-51,3

Tabela 2.3: Zestawienie regulacji FCC odnośnie transmisji UWB w terenie otwartym
(urządzenia handheld).

ZAKRES CZĘSTO- TLIWOŚCI [MHz]	Maksymalna średnia gęstość widmowa mocy EIRP [dBm/MHz]
960-1610	-75,3
1610-1990	-63,3

2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie

Tabela 2.3 (c. d.)

1990-3100	-61,3
3100-10600	-41,3
Powyżej 10600	-61,3

Tabela 2.4: Zestawienie regulacji transmisji UWB na świecie.

ADMINIS- TRACJA	MAX. EIRP [dBm- MHz]	MASKA CZĘS- TOTLI- WOSCI	TECHNIKI OCHRONNE	REGULY FUNKCJO- WANIA
Unia Euro- pejska - UE	-41,3	3,1- 10,6 GHz	Mniejszy współ- czynnik wypeł- nienia w paśmie 3,4-4,8 GHz W planach dłu- gookresowych Brak potrzeby technik ochron- nych w paśmie powyżej 6 GHz	Dozwolona w budyn- kach, w obszarze otwartym tylko dla urządzeń hand-held. Kontrola mocy trans- mitowanej w urządze- niach w środkach ko- munikacji drogowej i torowej w paśmie 4,2- 4,8 oraz 6-8,8 GHz. Limity czasu transmisji w paśmie 4,2 4,8 GHz
USA	-41,3	3,1- 10,6 GHz	Brak specyfikacji	Tylko w budynkach lub w obszarze otwartym tylko dla urządzeń hand-held. Transmisja tylko mię- dzy dedykowanymi urządzeniami. Regułą hand-shake – 10 s – tylko dla urządzeń hand-held. Transmisja zabroniona na statkach, satelitach i w samolotach
Kanada	Brak Regulacji	Brak regulacji	Nie opracowane	Nie opracowane
Niemcy	-41,3	3,1- 10,6 GHz (Zgodnie z EU)	Zgodnie z Euro- pejskimi	Zgodnie z Europejskimi Regułą hand-shake – 10 s – dla urządzeń UWB

2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie

Tabela 2.4. (c. d.)

Wielka Brytania	-41,3	3,1-10,6 GHz (Zgodnie z UE)	Mniejszy współczynnik wypełnienia w paśmie 3,4-4,8 GHz	Zgodnie z Europejskimi
Australia	Brak Regulacji	Brak regulacji	Nie opracowane	Nie opracowane
Japonia	-41,3	3,10-10,25 GHz	Techniki ochronne stosowane w paśmie 3,4-4,8 GHz (DAA)	Tylko w budynkach. Ograniczony czas transmisji dla urządzeń nie stosujących technik ochronnych w paśmie 4,2-4,8 GHz.
Korea	-41,3	3,1-10,6 GHz	Technologia DAA w paśmie 3,1-4,2 GHz od 2007 r., a od roku 2010 w paśmie 4,1-4,8 GHz	Tylko w budynkach.
Singapur	-41,3	3,1-10,6 GHz	Przy braku technik ochronnych ograniczenia mocy nadawczych urządzeń UWB w paśmie 3,4-4,2 oraz 4,8-6 GHz (max. -70 dBm/MHz)	Tylko w budynkach. Transmisja tylko między dedykowanymi urządzeniami. Muszą przestrzegać 10 s reguły potwierdzenia handshake.

Porównując regulacje, dotyczące transmisji UWB na różnych kontynentach, można stwierdzić, że te w UE są najbardziej restrykcyjne. Z regulacji tych wynika, że w aspekcie standaryzacji urządzeń UWB, powinny one operować dla przykładu w paśmie częstotliwości powyżej 6 GHz oraz poniżej 10 GHz. W paśmie tym regulacje określone na większości kontynentów są jednolite tzn. ograniczają średnią gęstość widmową mocy do -41,3 dBm/MHz. W nawiązaniu do tego, w długoterminowych planach, UE zamierza uczynić regulacje w paśmie powyżej 6 GHz mniej restrykcyjnymi dla transmisji UWB [9].

Sygnal UWB może być transmitowany w dwóch postaciach. Pierwszą z nich jest sygnał I-UWB (*ang.* Impulse UWB), który składa się z ciągu bardzo krótkich impulsów, trwających od kilkudziesięciu piko sekund do kilku ns. Drugim natomiast sposobem formowania sygnału UWB jest wykorzystanie technologii OFDM (*ang.* Orthogonal Frequency Division Multiplexing), czyli modulacji z wieloma ortogonalnymi nośnymi, gdzie na impuls UWB składa się wiele innych składowych impulsów.

Generowany sygnał I-UWB można wyrazić w sposób ogólny wzorem [65]:

$$s^{I-UWB}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k(t) \cdot p(t - kT_m), \quad (2.1)$$

gdzie $A_k(t)$ jest funkcją amplitudy impulsu, a $p(t)$ jest znormalizowaną funkcją kształtu impulsu UWB, a T_m jest wartością odstepu modulacji.

Sygnal MC-UWB jest złożony z wielu sygnałów wąskopasmowych, z których każdy jest transmitowany na oddzielnej, ortogonalnej nośnej. Między poszczególnymi sąsiednimi pasmami sygnałów wąskopasmowych może istnieć odstęp częstotliwości (pasma nie muszą nachodzić na siebie).

Sygnal MC-UWB można zdefiniować funkcją [65]:

$$s^{MC-UWB}(t) = A \sum_k \sum_n b_n^k p(t - kT_p) \cdot e^{j2\pi n f_0(t - kT)}, \quad (2.2)$$

gdzie b_n^k jest symbolem transmitowanym w k -tym odstepie modulacji na n -tej nośnej, A jest stałą decydującą o poziomie mocy sygnału i energii przypadającej na bit, natomiast częstotliwość f_0 jest odwrotnością długości trwania sygnału $p(t)$.

Modulacja sygnału I-UWB odbywa się bez udziału nośnej, w postaci modulacji impulsowych. Jedną z nich może być PAM (*ang.* Pulse Amplitude Modulation), czyli modulacji amplitudy impulsu, która może być prostą modulacją BPSK. Drugą z nich natomiast może być PPM (*ang.* Pulse Position Modulation), czyli modulacja położenia impulsu.

Modulacja sygnału MC-UWB odbywa się poprzez użycie kodowanego częstotliwościowo ciągu impulsów, jako sygnału kształtującego $p(t)$ według wzoru:

$$p(t) = \sum_n s(t - nT) \cdot e^{-j2\pi c(n) \frac{1}{T_c}}, \quad (2.3)$$

2. Obszar tematyczny związany z opracowanymi wynikami przedstawionymi w rozprawie

gdzie $s(t)$ jest elementarnym impulsem z jednostkową energią i czasem trwania $T_s < T$,
 $p(t)$ trwa $T_p = NT$, a N to liczba nośnych. Każdy impuls moduluje częstotliwość

$f_n = \frac{c(n)}{T_c}$, $c(n)$ jest permutacją zbioru liczb całkowitych $\{1, 2, \dots, N\}$.

3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB

Na potrzeby projektowania systemu bezprzewodowego przesyłania danych, niezbędna jest estymacja parametrów kanału transmisyjnego. Analiza propagacji sygnału w kanale transmisyjnym dostarcza wielu informacji o propagującym się sygnale. Informacje te decydują o możliwych sposobach przetwarzania takiego sygnału w bloku nadajnika oraz bloku odbiornika w torze transmisyjnym. Z tego względu opracowywane są różne modele propagacyjne kanałów. Modele te określają charakterystyki kanału takie, jak tłumienie lub odpowiedź impulsową kanału. Modelowania kanałów transmisyjnych (propagacyjnych) można dokonać w sposób empiryczny lub teoretyczny. Pierwszy ze sposobów bazuje na ekstensywnych wynikach pomiarów, wykonanych w określonym rodzaju środowiska (obszarze, w którym będzie się potencjalnie propagował określony sygnał). Modele takie są adekwatne dla estymacji propagacji sygnału w środowiskach podobnych do tego, w którym pomiary zostały wcześniej wykonane. Drugi z rodzajów modelowania kanałów propagacyjnych bazuje na analizie zjawisk fizycznych (w przypadku transmisji bezprzewodowej zjawisk falowych), zachodzących w środowisku transmisyjnym. W tym przypadku musi być zdefiniowany fizyczny model kanału, w którym można uwzględnić wszystkie znaczące zjawiska falowe, zachodzące w kanale.

Przykładowym parametrem kanału jest charakterystyka tłumienia sygnału, która ma za cel pokazać, jaki obszar może obsłużyć określony nadajnik (zestaw nadajników), przy zadanym progu minimalnej mocy sygnału, który może być z powodzeniem przetworzony przez układ odbiorczy. Informacja ta służy pomocą przy planowaniu „dostarczenia” sygnału do danego obszaru przy pomocy jak najmniejszej liczby urządzeń nadawczych.

Z charakterystyką rozkładu pola jest związany parametr, opisujący zaniki sygnału, czyli pojawienie się sygnału o zbyt małej mocy. Zaniki mogą zależeć od struktury środowiska propagacyjnego lub pogody.

Innym ważnym parametrem propagującego się sygnału jest jego zniekształcenie, spowodowane zjawiskiem wielodrogowości lub dyspersji.

Z wielodrogowością jest związany parametr, opisujący odległość pomiędzy chwilami dojścia do odbiornika pierwszej oraz ostatniej znaczącej składowej sygnału (echa

sygnału). Z dyspersją i wielodrogowością może być związane ograniczenie maksymalnej przepływności danych w kanale.

Komunikację bezprzewodową można podzielić na mobilną i stacjonarną. W przypadku mobilności spotykamy się ze zmianą w czasie struktury kanału propagacyjnego, co pociąga za sobą potencjalne zmiany zbioru zjawisk falowych, zachodzących między określonym nadajnikiem i odbiornikiem.

W niniejszym rozdziale zostaną opisane parametry kanału propagacyjnego, które są brane pod uwagę przy projektowaniu bezprzewodowego systemu przesyłania danych.

3.1. Parametry kanałów

W celu uzyskania wiedzy na temat kanału transmisyjnego i wykorzystania jej na etapie modelowania transmisji bezprzewodowej w określonym środowisku (kanale) propagacyjnym, należy zdefiniować pewne kluczowe charakterystyki kanału w dziedzinie przestrzennej, czasu oraz częstotliwości. Charakterystyki te mają na celu opis zmienności poziomu, propagującego się sygnału w określonym środowisku bezprzewodowym.

Zmiany takie dzieli się na dwie kategorie:

- Zmiany wielkiej skali (*ang.* large scale-fading) odnoszące się do zmian sygnału na większych odległościach oraz tłumienia spowodowanego przez bardzo duże przeszkody (systemy wąskopasmowe), jak budynki czy góry. Termin „większa odległość” odnosi się, przy obecnych standardach regulacyjnych, do różnych odległości. Dla systemów wąskopasmowych są to odległości rzędu powyżej kilkuset metrów. Natomiast przy założeniu, że technologia UWB będzie przeznaczona do transmisji na odległości rzędu 10 m, terminologia zmian wielkiej skali będzie odnosić się do zmian sygnału na odległościach większych od 1m. Znajomość charakteru zmian wielkiej skali w kanale jest nieodzowna przy wyznaczaniu budżetu mocy systemu transmisyjnego.
- Zmiany małej skali (*ang.* small scale-fading), opisują zmiany sygnału spowodowane, w przypadku transmisji wąskopasmowej, efektami wielodrogowości, czyli wzajemnymi interakcjami sygnałów (składowych sygnałów), propagujących się wzdłuż różnych ścieżek i spotykających się w określonym punkcie obserwacji (odbioru).

Zmiany te są określane na odległościach rzędu długości fali. Znajomość zmian małej skali jest potrzebna do prawidłowego zaprojektowania odbioru sygnału. Syntezyzując, do zmian wielkiej skali zalicza się tłumienie sygnału na większych odległościach, zależne jedynie od tego jak daleko od siebie znajduje się antena nadawcza oraz odbiorcza oraz od częstotliwości, na której sygnał jest transmitowany i od charakterystycznych parametrów, opisujących kanał. Natomiast zmiany małej skali opisują zmienność sygnału na „małym obszarze”. Do podstawowych parametrów kanału transmisyjnego, opisujących zmiany wielkiej skali, zalicza się tłumienność, podczas gdy elementarnym parametrem małej skali jest odpowiedź impulsowa kanału, na której podstawie definiuje się parametry kanału, związane z opóźnieniami między składowymi sygnału, dochodzącymi do punktu odbioru po różnych ścieżkach.

Z efektami małej skali związany jest termin kanału z zanikami płaskimi (*ang.* flat fading) oraz kanał z selektywnymi zanikami w dziedzinie częstotliwości (*ang.* selective fading) [77]. Pierwszy z tych terminów dotyczy sytuacji, gdy długość trwania modulowanego symbolu nadawanego (odstęp modulacji) jest znacznie dłuższy od opóźnienia ostatniej składowej sygnału tj., gdy pasmo sygnału nadanego jest mniejsze od pasma koherencji kanału. Drugi termin natomiast dotyczy przypadku, gdy opisany w poprzednim zdaniu warunek nie zachodzi. Jak wynika z powyższych definicji, cecha kanału zależy zarówno od właściwości kanału, jak i od postaci nadawanego sygnału. W wąskopasmowym kanale z zanikami nieodzowne jest, aby w celu minimalizacji zaników, odbiornik znał odpowiedź impulsową kanału.

W obliczu wymienionej terminologii kanał ultra szerokopasmowy można by zaliczyć do kanału z selektywnymi zanikami. Jednak do kanału UWB nie pasuje wyrażenie „kanał z zanikami”, co jest spowodowane strukturą sygnału UWB oraz sposobem modulacji UWB. Kontynuując, w systemach wąskopasmowych następuje modulacja ciągłego sygnału sinusoidalnego, natomiast w transmisji UWB modulowany jest ciąg bardzo krótkich impulsów. Konsekwencją tego jest to, że w odróżnieniu od systemów wąskopasmowych, w transmisji UWB trudno jest mówić o zanikach. Małe jest prawdopodobieństwo wystąpienia sytuacji, gdy poszczególne składowe sygnału, docierające do punktu odbioru, interferują ze sobą. Znajomość w odbiorniku UWB odpowiedzi impulsowej kanału, nie tyle powoduje zapobieżenie zanikom, co służy maksymalizacji „zebranej mocy” sygnału nadanego w punkcie odbioru.

Opisu parametrów wielkiej i małej skali kanału transmisyjnego, można dokonać w dziedzinie czasu jak i częstotliwości.

Niniejsza rozprawa dotyczy przede wszystkim zmian małej skali. Jest to spowodowane tym, że to przede wszystkim efekty małej skali wpływają na niezawodność systemu telekomunikacyjnego. W dalszej części rozdziału przedstawione będą definicje podstawowych parametrów kanałów transmisyjnych z jednoczesnym odniesieniem ich do kanałów wąskopasmowych oraz ultra szerokopasmowych.

3.1.1. Tłumienność kanału

W systemie telekomunikacyjnym jednym z najważniejszych pytań, na jakie należy odpowiedzieć jest pytanie, ile nadajników należy zastosować oraz z jaką mocą powinny one nadawać, aby obsłużyć danym obszar geograficzny w dostęp do określonej mocy sygnału. Pierwszą odpowiedź na takie pytanie daje parametr tłumienności kanału. Tłumienie jest miarą średniego tłumienia poziomu mocy fali elektromagnetycznej, jakiego doznaje ona na drodze od nadajnika do odbiornika. Parametr ten jest określony najogólniej poprzez wyrażenie (3.1):

$$PL = 10 \log \left(\frac{P_t}{P_r} \right) [dB], \quad (3.1)$$

gdzie P_t oraz P_r są odpowiednio mocą sygnału nadanego oraz odebranego. Parametr ten może być estymowany poprzez wyniki pomiarów w badanym kanale lub określany w sposób deterministyczny, po uprzednim wystarczająco wiernym odzwierciedleniu środowiska propagacyjnego w programie symulacyjnym. Złożoność obliczeniowa deterministycznego modelowania kanału zależy od ilości i rodzaju przeszkód, na które natrafia sygnał nadany na drodze swej propagacji. Bardzo ważne jest opisanie zjawisk fizycznych, zachodzących na tych przeszkodach w sposób jak najmniej skomplikowany obliczeniowo, co jest najważniejszym celem rozważań, przedstawionych w rozprawie.

Tłumienność, to parametr który może opisywać zarówno kanał wąskopasmowy, jak i kanał ultra szerokopasmowy. Jednak, jeśli włączy się w naturę przyczyn tłumienia sygnału, to między sygnałem wąskopasmowym oraz sygnałem UWB zachodzi istotna różnica. Podstawową różnicą między obydwojema systemami jest to, że w systemie wąskopasmowym tłumienność sygnału określa się dla zadanej częstotliwości środowowej określonego systemu wąskopasmowego (np. dla GSM jest to 0,9 lub 1,8 GHz), natomiast w systemie UWB nie można zastosować takiego uproszczenia, gdyż dla sygnału UWB kanał nie jest płaski lub quasi-płaski (biorąc pod uwagę charakterystykę amplitudową kanału).

Odnosząc się jedynie do przypadku propagacji sygnału w wolnej przestrzeni (wolnej od przeszkód), podstawowym wzorem opisującym propagację fali elektromagnetycznej w takim środowisku, jest wzór Friisa:

$$\frac{P_r(d)}{P_t} = \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi \cdot d)^2}, \quad (3.2)$$

gdzie $P_r(d)$ jest poziomem mocy sygnału w odległości d od anteny nadawczej, P_t jest mocą sygnału nadanego, G_t oraz G_r są zyskami energetycznymi anteny nadawczej i odbiorczej, a λ jest długością propagującej się fali elektromagnetycznej. Jak wynika z tego wzoru, poziom sygnału w punkcie obserwacji zależy zarówno od odległości pokonanej przez falę, jak i również od częstotliwości tego sygnału. W przestrzeni z przeszkodami zależność poziomu sygnału od częstotliwości, jest bardziej złożona, co będzie analizowane w szczegółach w dalszej części rozprawy. Sygnał UWB ma bardzo szerokie spektrum częstotliwości i każda składowa spektralna tego sygnału jest różnie tłumiona.

Reasumując można napisać, że w odróżnieniu od systemu wąskopasmowego, gdzie kanał jest opisywany parametrem tłumienności, w systemie UWB kanał można opisać funkcją parametru tłumienności zależną od częstotliwości (modułem transmitancji). Dla kanału wąskopasmowego zależność ta jest funkcją jednostajną w przedziale pasma sygnału.

Efektom docelowym prawidłowego określenia funkcji parametru tłumienności kanału transmisyjnego, jest prawidłowe zaprojektowanie systemu nadajników, które muszą dostarczyć sygnał o pożądanym poziomie amplitudy na terenie, na którym ma być odebrany ten sygnał. Podstawowym terminem związanym z tym projektowaniem jest budżet mocy. Jest on kalkulacją wszystkich zysków i strat mocy w badanym kanale propagacyjnym, które „w sumie” muszą być większe od progowego poziomu mocy dla odbiornika.

W praktyce kanały możemy podzielić na 3 rodzaje: wolna przestrzeń (wzór Friisa), LOS – (*ang.* Line OF Sight) – kanał, w którym antena nadawcza oraz odbiorcza „widzą się” nawzajem, NLOS – (*ang.* Non Line OF Sight) – kanał, w którym antena nadawcza oraz odbiorcza „nie widzą się” nawzajem.

Dla przypadku wolnej przestrzeni poziom mocy może być zarówno dla przypadku sygnału wąskopasmowego, jak i UWB, wyrażony poprzez wzór:

$$P_r(d) = P_0 \left(\frac{d_0}{d} \right)^2, \quad (3.3)$$

gdzie $P_r(d)$ jest poziomem mocy sygnału w odległości d od anteny nadawczej, a P_0 jest poziomem mocy w punkcie odniesienia (w warunkach wolnej przestrzeni) w odległości d_0 (typowo 1 m) od anteny nadawczej.

Dla przypadku kanału LOS oraz NLOS poziom mocy sygnału odebranego oraz tłumienie kanału mogą być opisane zależnościami odpowiednio (3.4) oraz (3.5) [39].

$$P_r(d) = P_0 \left(\frac{d_0}{d} \right)^n \quad (3.4)$$

$$PL \sim \left(\frac{d}{d_0} \right)^n \quad (3.5)$$

Współczynnik n w tych wzorach może być różny dla systemów wąskopasmowych oraz UWB w zależności od tego, jaki system odbioru jest w tych systemach zastosowany. Charakteryzuje się on tym, że jego wartość w kanałach LOS jest mniejsza od 2, natomiast dla kanału NLOS wartość ta jest większa od 2. Wynika z tego, że tłumienie w wolnej przestrzeni jest większe od tłumienia w kanale LOS. Powoduje to z faktu, że w kanale LOS do anteny odbiorczej sygnał dochodzi po drodze bezpośredniej (jak w wolnej przestrzeni) oraz po innych drogach, zależnych od rozkładu przeszkód w kanale (struktury kanału). Dzięki temu do odbiornika dochodzi większa część mocy sygnału nadanego.

Wartość współczynników n można wyznaczyć w sposób deterministyczny, jak i również w sposób empiryczny. Na potrzeby tego drugiego sposobu modelowania kanałów są określane różne wzorce modeli tłumienności kanałów. Jednym z takich wzorców może być zależność (3.6) wyrażona w skali decybelowej [65].

$$P_r(d)[dBm] = P_r(d_0)[dBm] - 10n \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right) - X_\sigma \quad (3.6)$$

gdzie n jest parametrem, który należy wyznaczyć przy pomocy pomiarów, a $X(\sigma)$ jest zmienną losową o rozkładzie normalnym z zerową średnią oraz odchyleniem standar-

3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB

dowym równym σ . Zmienna ta uwzględnia przypadkowy charakter struktur badanych kanałów.

Wartości estymat parametrów n oraz σ są przypisane do konkretnych rodzajów środowisk, w których propaguje się fala elektromagnetyczna. Tymi środowiskami może być obszar miejski z gęstym lub rzadkim rozkładem przeszkód, korytarz lub pokój w budynku, budynek jako całość, otoczenie ciała człowieka, lub wewnątrz człowieka (medycyna).

Wzory (3.4-3.6) określają zależności energetyczne w kanale propagacyjnym. Różnica między systemami wąskopasmowymi a ultra szerokopasmowymi polega na interpretacji fizycznej tych mocy. Dla przypadku systemu wąskopasmowego są to moce średnie w czasie. W przypadku systemu UWB analiza mocy średnich nie jest wygodna, gdyż sygnał ultra szerokopasmowy może się charakteryzować niskim współczynnikiem wypełnienia (*ang.* duty cycle). Dodatkowo definicja mocy odniesienia może się różnić w zależności od kształtu sygnału UWB oraz sposobów odbioru sygnału UWB. Mogą to być na przykład detekcja maksymalnego poziomu sygnału (impulsu) lub odbiór korelacyjny. Dla pierwszego przypadku tłumienie odniesienia w odległości r od anteny nadawczej można przedstawić wzorem (3.7) natomiast drugi wzorem (3.8). Zależności $s^{tx}(t)$ oraz $s^{rx}(t)$ we wzorach (3.7) oraz (3.8) są funkcjami sygnału nadanego oraz odebranego, a wielkości P^{rx} , P^{tx} oraz ε^{tx} , ε^{rx} są wartościami maksymalnymi oraz energiami sygnałów $s^{tx}(t)$ oraz $s^{rx}(t)$ [65].

$$G_{AP} = 4\pi \cdot r^2 \frac{P^{rx}}{P^{tx}} = 4\pi \cdot r^2 \frac{\max\{s^{rx}(t)\}}{\max\{s^{tx}(t)\}} \quad (3.7)$$

$$G_{AP} = 4\pi \cdot r^2 \frac{\varepsilon^{rx}}{\varepsilon^{tx}} = 4\pi \cdot r^2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s_r^2(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} s_t^2(t) dt} \quad (3.8)$$

W tym miejscu rozprawy należy zaznaczyć, że w odróżnieniu od systemów wąskopasmowych, w transmisji UWB znaczący wpływ na poziom oraz kształt sygnału odebranego ma antena nadawcza oraz odbiorcza. Jest tak ze względu na zależność parametrów anten od częstotliwości.

Każda antena jak i również przeszkoda może w różny sposób zniekształcać sygnał UWB. Charakter tego zniekształcenia może wpływać na tłumienność systemu

UWB przy zastosowaniu odbiornika z detekcją maksymalnej wartości impulsu. Dla impulsów zniekształconych w taki sposób, że następuje duża dyspersja czasowa i jego energia skupia w dużo mniejszym stopniu wokół wartości maksymalnej impulsu, tłumienność kanału jest większa. W takim przypadku korzystniejsze jest zastosowanie odbiornika korelacyjnego. Ciekawą właściwością, która może dotyczyć systemu wąskopasmowego, a szczególnie UWB, wynikającą z wpływu charakterystyki promieniowania anteny na odebrany sygnał jest to, że antena z większą kierunkowością ma mniejsze zdolności odbierania sygnału z szerokiego zakresu kierunków. To może paradoksalnie skutkować tym, że systemy transmisyjne z antenami o większych zyskach energetycznych mogą charakteryzować się większą tłumiennością. Dotyczy to przede wszystkim kanałów NLOS.

Pewne podobieństwo między sygnałem wąskopasmowym, a ultra szerokopasmowym można ukazać dla przypadku transmisji MC-UWB (*ang.* Multi Carrier UWB). W przypadku transmisji MC-UWB można teoretycznie traktować kanał jako zestawienie transmisji wąskopasmowych na bardzo wielu nośnych. Jednak dla każdej nośnej należy wyznaczyć odrębny parametr tłumienności, pamiętając o istnieniu zależności (3.9) oraz alternatywnie (3.10):

$$|H(f)|^2 \sim f^{-k}, \quad (3.9)$$

$$PL \sim f^k, \quad (3.10)$$

gdzie $|H(f)|$ jest modulem transmitancji kanału.

Współczynnik k można, tak jak w przypadku współczynnika n , wyznaczyć w sposób empiryczny lub teoretyczny. Opisując kanał poprzez jego transmitancję, można stwierdzić, że dla sygnału wąskopasmowego moduł transmitancji kanału jest stałą funkcją częstotliwości, natomiast dla sygnału MC-UWB, przy podejściu wąskopasmowym, jest on funkcją przedziałami stałą, gdzie ilość przedziałów jest bardzo liczna.

Zamiast opisanego podejścia do sygnałów MC-UWB, bardziej korzystnym wydaje się być opisanie kanału propagacyjnego za pomocą jednej ciągłej funkcji, której postać będzie wpływać na tłumienność kanału, bez rozbijania jej na bardzo wiele pojedynczych tłumienności dla każdego wąskiego podpasma. Dla sygnałów MC-UWB, jak i również I-UWB (Impulse UWB) taką odpowiednią funkcją, opisującą kanał, jest jego odpowiedź impulsowa. Wynika to z faktu, że naturalną dziedziną opisu sygnału UWB

jest dziedziną czasu. Co więcej, dla tak ultra szerokiego pasma, jakim charakteryzuje się sygnał UWB, elementy toru transmisyjnego nie muszą zachowywać właściwości liniowości.

Odpowiedź impulsowa jest podstawowym narzędziem opisu zmian małoskalowych kanału, co zostanie opisane w następnym podpunkcie rozdziału.

3.1.2. Parametry małej skali

Podczas gdy parametry wielkiej skali kanału propagacyjnego są narzędziem do analizy budżetu mocy systemu transmisyjnego, parametry małej skali są nieodzowne przy opracowaniu optymalnego sposobu odbioru sygnału. Dla systemów wąskopasmowych zmiany małej skali to zmiany sygnału na obszarze do kilkuset metrów, natomiast dla technologii UWB, przy obecnym stanie regulacji standaryzujących, jest to obszar ok. 1m. Porównując parametry wielkiej skali oraz małej skali, można stwierdzić, że parametry wielkiej skali są zależne od parametrów małej skali. Jest tak, ponieważ sposób odbioru sygnału, od którego zależy tłumienność systemu, jest opracowywany przy użyciu parametrów małej skali. Z punktu widzenia parametrów wielkiej skali, kanał na większej odległości, można traktować jak „czwórnik”, na którego wejściu jest sygnał nadany, a na wyjściu sygnał odebrany. Czwórnik ten jest opisany tłumiennością kanału. Szczegóły tego, co zachodzi w środku „czwórnika”, opisują parametry małej skali. W szczególności opisują one charakter wielodrogowości kanału oraz dodatkowo, dla systemów ultra szerokopasmowych, zniekształcenie impulsu UWB. Wielodrogowość jest to zjawisko, które jest konsekwencją tego, że antena nadawcza i odbiorcza mają charakterystyki promieniowania o pewnej szerokości oraz tego, że oprócz powietrza, w kanale propagacyjnym znajdują się inne jego elementy (przeszkody).

Wielkości, które opisują wielodrogowość w kanale, wiążą ze sobą parametry czasowe składowych sygnału, dochodzących do anteny odbiorczej oraz opcjonalnie parametry kątowe dojścia składowych sygnału do anteny odbiorczej. Parametry czasowe opisują opóźnienia dojścia poszczególnych składowych sygnału do anteny odbiorczej oraz ich moce. Wartości tych parametrów są miernikiem jednego ze zjawisk, jakie może zachodzić w kanale, a które może być czynnikiem degradującym odebrany sygnał. Zjawisko to dotyczy wzajemnego zakłócania się sygnałów z sąsiednich odstępów modulacji. W literaturze anglojęzycznej zjawisko to jest nazywane Inter Symbol Interference (ISI). Jeśli temu zjawisku się nie przeciwdziała, ma ono niekorzystny wpływ na

3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB

obierany sygnał, szczególnie w systemie wąskopasmowym. W technologii UWB jest mało prawdopodobne, że do takiej degradacji dojdzie. Powodem tego jest to, że prawdopodobieństwo nałożenia się dwóch impulsów w dziedzinie czasu, jest bardzo małe.

Parametry czasowo energetyczne mogą być wyznaczone poprzez wykorzystanie odpowiedzi impulsowej kanału. W sposób ogólny odpowiedź impulsową kanału można określić za pomocą wyrażenia (3.11)

$$h(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cdot p_k^{rx}(t) * \delta(t - \tau_k) \quad (3.11)$$

Gdzie A_k są amplitudami kolejnych N znaczących „ech” symbolu nadanego, $p_k^{rx}(t)$ jest funkcją czasu k -tego zniekształconego symbolu odebranego (dla systemów wąskopasmowych zniekształcenie to jest pomijalne), natomiast τ_k jest opóźnieniem k -tego zniekształconego symbolu.

Wielkości A_k od τ_k są opisane przez trzy parametry mało-skalowe kanału, charakteryzujące ilościowo zjawisko ISI kanału. Te parametry to średnie opóźnienie składowych sygnału odebranego oraz rozrzut opóźnień, jak i również maksymalne względne opóźnienie ostatniego znaczącego „echa”. Pierwsze dwa parametry są wyrażone odpowiednio wzorami (3.12) oraz (3.13), natomiast trzeci parametr jest opóźnieniem składowej sygnału, której poziom mocy jest bliski poziomowi mocy szumu.

$$\tau_m = \frac{\sum_k A_k^2 \tau_k}{\sum_k A_k^2} \quad (3.12)$$

$$\tau_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_k A_k^2 \tau_k^2}{\sum_k A_k^2} - \tau_m^2} \quad (3.13)$$

Wielkości A_k oraz τ_k można opisać w sposób stochastyczny lub deterministyczny. W przypadku modelowania stochastycznego A_k oraz τ_k przyjmują postać procesów losowych, których parametry są określane poprzez wyniki odpowiednich pomiarów w określonym środowisku propagacyjnym, lub wyniki teoretycznego modelowania kanału, przy stochastycznym opisie struktury kanału. W procesie deterministycznego mode-

lowania parametrów małej skali, A_k oraz τ_k przyjmują określone wartości, przyporządkowane do geometrii kanału, podlegającego bieżącemu badaniu.

Trzy wymienione parametry małej skali, dotyczące opóźnień składowych sygnału, można przyporządkować do kategorii opisanej przez anglojęzyczny zwrot „Time of Arrival” (TOA). Drugą kategorię parametrów małej skali można opisać zwrotem „Angle Of Arrival” (AOA), dotyczącym kątów pod jakimi poszczególne składowe sygnału docierają do anteny odbiorczej.

Obecne modele stochastyczne rzadziej uwzględniają modelowanie AOA kanału. Są one opracowywane na potrzeby na przykład odbioru wielo-antenowego (MIMO). Rozkład kątów, pod jakimi składowa sygnału dociera do anteny odbiorczej, można zamodelować, wykorzystując zmienne losowe o określonych rozkładach prawdopodobieństwa. Popularnym jest w tym przypadku stosowanie zmiennych losowych o rozkładzie jednostajnym. Parametry tych rozkładów są różne w zależności od tego, jaki kanał jest analizowany. Dla najwcześniejszych składowych sygnału w kanale LOS, zmienne te charakteryzują się małym odchyleniem standardowym, przy średniej odpowiadającej kierunkowi, łączącemu anteny. Natomiast dla późniejszych składowych sygnału, dla kanału LOS oraz NLOS przedział kątów, pod jakimi sygnał dochodzi do punktu obserwacji, jest modelowany w zakresie od 0 do kąta pełnego, czyli 2π [65], co wynika z faktu, że trudno jest dla tego przypadku czynić założenia lub przewidywania, dotyczące kątów nadejścia fali elektromagnetycznej do punktu odbioru. Kąty te zależą ściśle od przeszkód znajdujących się w kanale, a w szczególności tych będących najbliżej anteny odbiorczej.

Szczególnie ważnym celem wyznaczania charakterystyki AOA w aspekcie „nakierunkowania” anteny odbiorczej, wydaje się być określenie kierunków nadejścia dominujących składowych sygnału (o największych energiach). W procesie modelowania deterministycznego kierunku nadejścia tych składowych, dla określonej geometrii kanału, można wyodrębnić w sposób dokładny.

Wymienione dotychczas aspekty modelowania kanałów propagacyjnych, wyczerpują podstawowe zagadnienia modelowania dla przypadku systemów wąskopasmowych. Natomiast dla systemów ultra szerokopasmowych jest jeszcze ostatni, ale nie mniej istotny problemem do rozwiązania, przy określaniu zmian małej skali. Jest to zjawisko zniekształcenia impulsu UWB w kanale. Jest ono powodowane przez antenę nadawczą oraz odbiorczą, przeszkody, na które natrafia sygnał na swojej drodze propagacji oraz inne elementy toru transmisyjnego, których transmitancja nie może być trak-

towana jako płaska lub quasi-płaska. Zniekształcenia te zależą ściśle od odpowiedzi impulsowych wymienionych źródeł zniekształceń.

Wcześniej w tym rozdziale zostało napisane, że zniekształcenie odbieranego impulsu UWB ma wpływ na tłumienność kanału, przy określonym sposobie odbioru tego sygnału. W wielu przypadkach zastosowanie odbiornika korelacyjnego jest korzystniejsze pod względem wartości poziomów mocy odbieranego sygnału. Jednak porównując systemy wąskopasmowe oraz ultra szerokopasmowe, odbiornik korelacyjny stosowany w przypadku tego pierwszego musi być skorygowany na potrzeby tego drugiego. W odbiornikach korelacyjnych systemów wąskopasmowych kształt symbolu odniesienia ma kształt symbolu nadawanego. Ze względu na to, że w systemie UWB zniekształcenie sygnału nie jest pomijalne, kształt sygnału referencyjnego (odniesienia) powinien być inny, aby zapobiec ograniczeniu energii sygnału skorelowanego. Kształt ten powinien być podobny do kształtu impulsu odbieranego. Na kształt ten wpływ mają anteny zastosowane w systemie, a przede wszystkim przeszkody w kanale, na których częstotliwościowe charakterystyki człowiek nie ma wpływu. Reasumując dla przypadku transmisji UWB odbiornik RAKE, który jest odbiornikiem sygnału w środowisku bezprzewodowej wielodrogowej transmisji, powinien uwzględniać kształt odbieranego impulsu, nie zapominając jednocześnie o charakterystyce TOA oraz AOA kanału. Zależność między nadanym impulsem UWB a impulsem odebrany, propagującym się wzdłuż k-tej drogi (ścieżki) można wyrazić wzorem:

$$p_k^{rx}(\theta_r, \varphi_r, t) = p_k^{tx}(\theta_t, \varphi_t, t) * h_a^{tx}(t, \theta_t, \varphi_t) * h^o(t) * h_a^{rx}(t, \theta_r, \varphi_r), \quad (3.14)$$

gdzie: $p_k^{tx}(\theta_t, \varphi_t, t)$ jest funkcją czasu nadanego impulsu UWB w kierunku θ_t, φ_t ,

$p_k^{rx}(\theta_r, \varphi_r, t)$ jest funkcją czasu odebranego impulsu UWB od kierunku θ_r, φ_r ,

$h_a^{tx}(t, \theta_t, \varphi_t)$ jest odpowiedzią impulsową anteny nadawczej w kierunku θ_t, φ_t ,

$h_a^{rx}(t, \theta_r, \varphi_r)$ jest odpowiedzią impulsową anteny odbiorczej w kierunku θ_r, φ_r ,

$h^o(t)$ jest wypadkową odpowiedzią impulsową wszystkich przeszkód w kanale,

na które natrafiło k-te „echo” impulsu nadanego na drodze swojej propagacji.

Należy podkreślić, że dla anten UWB ich odpowiedź impulsowa jest zleżana od kierunku. Dla dobrych anten UWB te odpowiedzi impulsowe różnią się w praktyce poziomem amplitudy. W takim przypadku zniekształcenie powodowane przez anteny jest podobne we wszystkich kierunkach promieniowania.

3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB

Kluczowym czynnikiem we wzorze (3.14) jest wyrażenie $h^o(t)$. Wyrażenie to można przedstawić w najbardziej ogólny sposób zależnością:

$$h^o(t) = h_1^o(t) * h_2^o(t) * \dots * h_N^o(t), \quad (3.15)$$

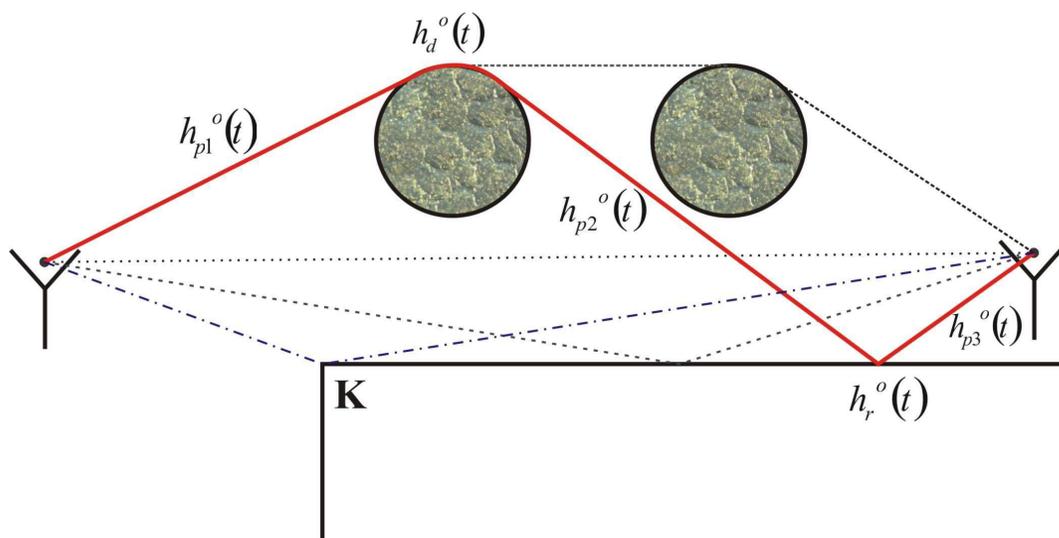
gdzie $h_n^o(t)$ ($n \in \{1, 2, \dots, N\}$) jest odpowiedzią impulsową n-tego elementu na drodze k-tego „echa” impulsu UWB.

Alternatywą dla wzoru (3.15) może być wyrażenie $h^o(t)$, będące sumą funkcji delt Diraca z odpowiednimi opóźnieniami. Sposobem na wyznaczenie zależności (3.16) jest zastosowanie algorytmu CLEAN [65], który w tym przypadku na swoim wejściu musi mieć kształt impulsu wypromieniowanego oraz dochodzącego do anteny. Wtedy $h^o(t)$ można zapisać wzorem (3.16).

$$h^o(t) = \sum_{k=1}^N \delta(t - \tau_k) \quad (3.16)$$

Sens wzoru (3.16) jest następujący. Liczba N zsumowanych przesuniętych na osi czasu o τ_k kopii impulsu wypromieniowanego w określonym kierunku, składa się na impuls zniekształcony. Wartości τ_k są małe w stosunku do długości trwania impulsu UWB, czyli rzędu piko sekund.

Poglądową geometrię kanału dwu wymiarowego z wyodrębnioną jedną drogą dojścia impulsu UWB od anteny nadawczej do odbiorczej ilustruje Rys. 3.1



Rys. 3.1. Przykładowy scenariusz propagacji fali EM w ujęciu metody „śledzenia promieni”.

Dla wyróżnionej na Rys. 3.1, drogi $h^o(t)$ przyjmuje postać wzoru (3.17).

$$h^o(t) = h_{p1}^o(t) * h_d^o(t) * h_{p2}^o(t) * h_r^o(t) * h_{p3}^o(t) \quad (3.17)$$

Gdzie $h_{p1}^o(t)$, $h_d^o(t)$, $h_{p2}^o(t)$, $h_r^o(t)$, $h_{p3}^o(t)$ są odpowiedziami impulsowymi (współczynnikami czasowymi) odpowiadającymi składowym ścieżki propagacji. Według kolejności są to składowe odpowiadające:

- propagacji fali w wolnej przestrzeni ($h_{p1}^o(t)$),
- dyfrakcji fali na obiekcie wypukłym ($h_d^o(t)$),
- propagacji fali w wolnej przestrzeni ($h_{p2}^o(t)$),
- odbiciu fali ($h_r^o(t)$),
- propagacji fali w wolnej przestrzeni ($h_{p3}^o(t)$).

Oprócz dyfrakcji na obiekcie wypukłym, jedna ze składowych sygnały dociera do odbiornika przez dyfrakcję na krawędzi K.

Każda z wymienionych odpowiedzi impulsowych może być opisana różnymi zależnościami, które można wyznaczyć przy pomocy różnych sposobów rozwiązywania problemów propagacji fali elektromagnetycznej, czyli rozwiązań równań Maxwella.

3.2. Metody analizy pola elektromagnetycznego

3.2.1. Metody numeryczne

Wspólną cechą metod numerycznych jest podział dziedziny obliczeń. Wartości pola są wyznaczone w dyskretnych punktach w przestrzeni. Najbardziej rozpowszechnionymi metodami numerycznej analizy pola są metoda różnic skończonych (*ang.* Finite Difference Time Domain - FDTD), Metoda Elementów Skończonych (*ang.* Finite Element Method - FEM) oraz Metoda Momentów (*ang.* Method of Moments - MoM). Zaletą metod numerycznych jest ich dokładność. W metodach tych równania różniczkowe lub całkowe opisujące pole elektromagnetyczne, są dyskretyzowane i rozwiązywane przy ustalonych warunkach, źródłach pola i warunkach brzegowych na obiektach rozpraszających falę.

Metoda FDTD jest często wykorzystywana w procesie projektowania anten pod kątem charakterystyki ich promieniowania [43]. Ważnym elementem metody FDTD jest określenie warunków pochłaniających falę na granicach dziedziny obliczeń. Mają

one za cel redukcję wpływu odbić od granic dziedziny obliczeń na dokładność obliczeń.

Metody momentów oraz elementów skończonych są często wykorzystywane przy obliczaniu wartości pola w przewodnicach falowych [35, 48], wykorzystywanych np. w układach scalonych. Do innych metod numerycznych można zaliczyć metodę funkcji modalnych lub źródeł równoważnych.

Wadą metod numerycznych jest duża złożoności obliczeniowa wyznaczania wartości pola w dziedzinie o dużych wymiarach elektrycznych (wyrażonych w długościach fali). Z tego względu metody te nie powinny być wykorzystywane w symulacji propagacji fali o wielkich częstotliwościach, w tym fali UWB.

3.2.2. Metody asymptotyczne

Do najbardziej rozpowszechnionych asymptotycznych metod analizy pola można zaliczyć metodę Fizyki Optycznej (*ang.* Physical Optics - PO) [3], Optyki Geometrycznej, Geometryczną Teorię Dyfrakcji oraz Jednolitą Teorię Dyfrakcji [47]. W metodach tych analizujemy pole elektromagnetyczne, wyodrębniając zjawiska falowe, jakie mają wpływ na propagację fali elektromagnetycznej. Zjawiska te są w szczególności obserwowalne przy analizie fal świetlnych. Do tych zjawisk należą odbicie, dyfrakcja, załamanie i propagacja w powietrzu (najprostsze ze zjawisk falowych).

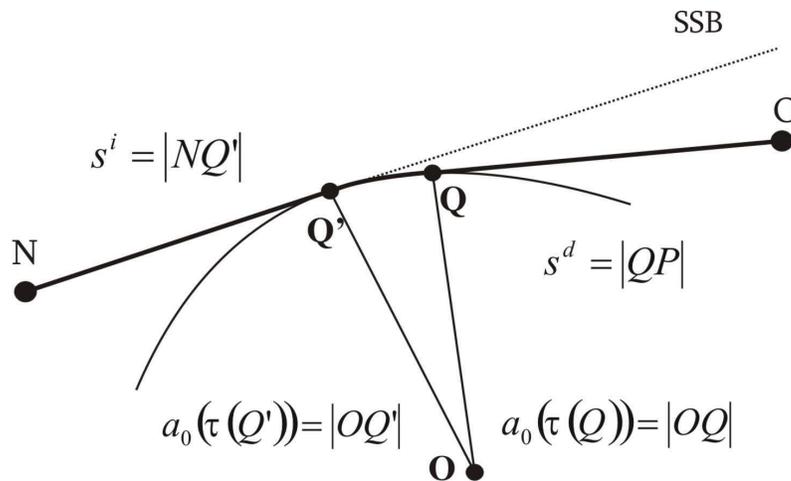
Wykorzystując opis zjawisk falowych w procesie analizy propagacji pola elektromagnetycznego, czyni się tę analizę bardziej naturalną (bardziej fizyczną), skupiającą się na drodze propagacji fali, a w szczególności na znajdujących się wzdłuż niej przeszkodach, na których zachodzą kluczowe, ze względu na propagację fali, zjawiska. Obecnie najczęściej stosowanymi metodami asymptotycznymi jest metoda UTD oraz PO [37]. Jednolita teoria dyfrakcji jest oparta na analizie pola przy pomocy promieni, analogicznych do promieni światła. Promieniom tym są przypisywane odpowiednie funkcje transmisji (transmitancje). Łączą one przeszkody, na które natrafia propagujący się sygnał. Wyjątkiem od tej reguły jest promień pełzający, który styka się z przeszkodą nie tylko w jednym punkcie, lecz na dłuższym odcinku, po którym promień pełza po przeszkodzie. Ważnym warunkiem stosowania metody JTD (jak i innych metod geometrycznych) jest relacja między długością fali a charakterem przeszkód, na które fala natrafia. Właściwości tych przeszkód nie mogą się zmieniać na długości znacząco większej niż długość fali. Z tego względu metoda JTD określana jest jako metoda wielko-częstotliwościową, ponieważ jest małe prawdopodobieństwo, że przeszkody będą zmie-

niać swoje właściwości na mniejszych odległościach. Jednakże metoda JTD może być również stosowana dla niższych częstotliwości, przy analizie propagacji fali radiowej, jako promieni, odbijających się od ziemi i jonosfery.

W metodzie PO wartości pola wyznaczone są przez sumowanie cząstkowych pól, pochodzących od źródeł wtórnych, którymi mogą być prądy na przeszkodzie, bądź punkty na czole propagującej się fali (zasada Huygensa) [3]. W metodzie PO w celu wyznaczenia wartości pola w określonym punkcie przestrzeni przy zadanej strukturze kanału propagacyjnego, rozwiązane muszą być często bardzo skomplikowane całki. Z tego względu metoda PO nie była brana pod uwagę przy wyselekcjonowaniu metody asymptotycznej, która będzie wykorzystana w rozprawie. Natomiast będzie w niej wykorzystana Jednolita Teoria Dyfrakcji sformułowana dla dyfrakcji na obiektach wypukłych.

3.2.3. Jednolita Teoria Dyfrakcji dla idealnie przewodzącego obiektu wypukłego

Dobrze przewodzący obiekt wypukły jest szczególnym rodzajem przeszkody, mogącej wystąpić w kanale propagacyjnym. Ze zjawiskiem dyfrakcji na tym obiekcie jest związany wyjątkowy rodzaj promienia, noszący nazwę promienia pełzającego. Geometrię zjawiska dyfrakcji na gładkim obiekcie wypukłym w przestrzeni 2D przedstawia Rys. 3.2. Na rysunku tym jest przedstawiony wycinek przewodzącego obiektu wypukłego oraz punkt nadawania i odbioru, które są zasłonięte przez obiekt. Droga



Rys. 3.2. Promień pełzający na obiekcie wypukłym o promieniu $a_0(\tau)$, gdzie τ jest punktem na krzywiznie obiektu.

dojścia sygnału nadanego do punktu obserwacji jest wyznaczona przez promień pełzający, łączący punkty N, Q', Q oraz O. Promień spełnia tzw. warunek Fermata, który stanowi, że długość drogi N-Q'-Q-P powinna być w tym przypadku minimalna. Wynika z tego, że punkty Q' oraz Q są punktami styczności promienia pełzającego do obiektu wypukłego. Punkty Q' oraz Q są odpowiednio punktem przyklejenia oraz odklejenia się promienia pełzającego do oraz od obiektu wypukłego. Na Rys. 3.2 zaznaczona jest granica SSB (*ang.* Surface Shadow Boundary), rozgraniczającą obszary występowania pola padającego i odbitego od pochodzącego z dyfrakcji. Transmitancja promienia pełzającego z Rys. 3.2 jest dana wzorem (3.18). Na rysunku punkt odbioru oraz nadawania są na tyle blisko obiektu, że czoło fali padającej na obiekt, jak i dochodzącej do anteny odbiorczej jest cylindryczne [47]. Jest to uwidocznione w pierwszym i trzecim czynniku (3.18) [47]:

$$\frac{U^O(\omega)}{U^N(\omega)} = \frac{e^{j\beta s^i}}{\sqrt{s^i}} T_{s,h} \frac{e^{j\beta s^d}}{\sqrt{s^d}}, \quad (3.18)$$

gdzie, $U^O(\omega)$ oraz $U^N(\omega)$ są transmitancjami składowych sygnału odebranego oraz nadanego, z oraz w kierunku, wskazanym przez promień pełzający, a β jest współczynnikiem fazy.

Kluczowym czynnikiem (3.18) jest funkcja druga, która jest współczynnikiem dyfrakcji na obiekcie wypukłym, transformującym sygnał na odcinku pełzania promienia. Współczynnik ten jest określony następującym wzorem [47]:

$$T_{s,h} = -\sqrt{m(Q')m(Q)} \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\beta t} \left\{ \frac{e^{-jk\frac{\pi}{4}}}{2\xi_d \sqrt{\pi}} [1 - F(X_d)] + P_{s,h}(\xi_d) \right\}. \quad (3.19)$$

We worze (3.19) współczynnik s lub h odpowiada polaryzacji miękkiej lub twardej fali padającej. Polaryzacja miękka lub twarda odpowiada przypadkowi, gdy odpowiednio wektor pola elektrycznego lub magnetycznego fali jest styczny do powierzchni obiektu rozpraszającego. Każda fala może być skonstruowana przez superpozycję fal o polaryzacji miękkiej i twardej.

Charakterystycznymi funkcjami we wzorze (3.19) są funkcja tranzycji $F(X_d)$ (funkcja strefy przejściowej) oraz funkcja Pekerisa $P_{s,h}(\xi_d)$, opisane odpowiednio wzo-

3. Modelowanie kanałów propagacyjnych dla sygnałów UWB

rami (3.20) oraz (3.21). Funkcja Pekerisa jest określona za pomocą funkcji rozpraszania Focka (3.22), których składowe opisują wzory (3.23-3.25).

$$F(X_d) = 2j\sqrt{X_d} e^{jX_d} \int_{\sqrt{X_d}}^{\infty} e^{-ju^2} du \quad (3.20)$$

$$P_s(\xi_d) = p^*(\xi_d) e^{-j\frac{\pi}{4}} - \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2\xi_d\sqrt{\pi}} \quad (3.21a)$$

$$P_h(\xi_d) = q^*(\xi_d) e^{-j\frac{\pi}{4}} - \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2\xi_d\sqrt{\pi}} \quad (3.21b)$$

$$p^*(\xi_d) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V(\tau) \exp(-j\xi_d\tau)}{W_2(\tau)} d\tau \quad (3.22a)$$

$$q^*(\xi_d) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V'(\tau) \exp(-j\xi_d\tau)}{W'_2(\tau)} d\tau \quad (3.22b)$$

$$W_2(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\infty \exp(j2\pi/3)}^{\infty} e^{\frac{-z^3}{3}} e^{\tau z} dz \quad (3.23)$$

$$V(\tau) = \sqrt{\pi} Ai(\tau) \quad (3.24)$$

$$Ai(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{t^3}{3} + \tau t\right) dt \quad (3.25)$$

Argumenty funkcji specjalnych (3.20) oraz (3.21a-b) są wyrażone poprzez wzory:

$$\xi_d = \int_{\tau(Q')}^{\tau(Q)} \frac{m(\tau)}{a_0(\tau)} d\tau \quad (3.26)$$

$$m(\tau) = \left[\frac{\beta a_0(\tau)}{2} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.27)$$

$$C_D(Q', Q) = \int_{\tau(Q')}^{\tau(Q)} d\tau \quad (3.28)$$

$$L_d = \frac{s^d s^i}{s^d + s^i} \quad (3.29)$$

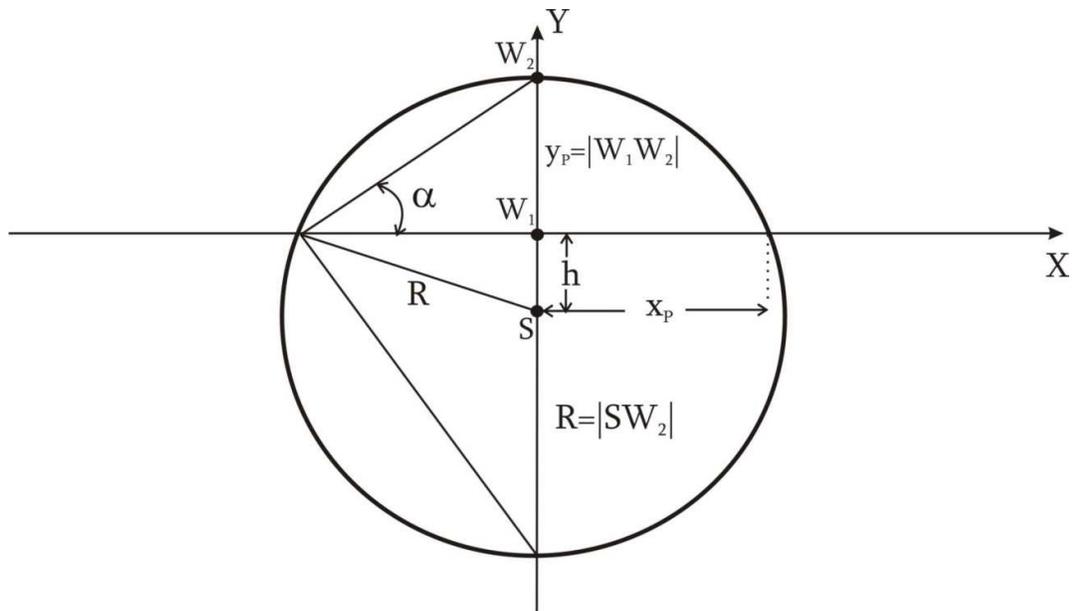
$$X_d = \frac{\beta L_d (\xi_d)^2}{2m(Q')m(Q)} \quad (3.30)$$

gdzie: ξ_d jest parametrem rozpraszania Focka dla strefy cienia, $m(\tau)$ oraz $a(\tau)$ są odpowiednio parametrem oraz promieniem krzywizny obiektu wypukłego, odpowiadającymi określonej pozycji τ na łuku obiektu, $C_D(Q',Q)$ jest długością drogi pełzania $Q'-Q$, L_d jest współczynnikiem separacji dla pojedynczego obiektu wypukłego, $m(Q')$ oraz $m(Q)$ są odpowiednio parametrami krzywizny w punkcie Q' oraz Q , β jest współczynnikiem fazowym ośrodka, w którym propaguje się fala, natomiast X_d jest parametrem funkcji tranzycji, którego wartość jest związana ze strefą przejściową wokół granicy cienia SSB. Problemy, związane ze strefą przejściową, będą analizowane w rozdziale 5-tym rozprawy.

Wzór (3.19) dotyczy dyfrakcji na pojedynczym obiekcie wypukłym. W następnym rozdziale zostaną przedstawione metody przekształcenia (3.19) do postaci współczynnika dyfrakcji, który będzie mógł być użyty na potrzeby teoretycznego modelowania kanałów UWB bezpośrednio w dziedzinie czasu.

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

W kanale propagacyjnym, przeszkody (w tym obiekty wypukłe) mogą być usytuowane jako pojedyncze przeszkody tzn. w ich bliskim sąsiedztwie nie ma innej przeszkody, lub też obiekty mogą być rozmieszczone jeden za drugim, w ten sposób, że drugi znajduje się w strefie przejściowej pierwszego [2, 41]. W niniejszym rozdziale będzie analizowany scenariusz pojedynczej przeszkody. W rozdziale zostaną przedstawione dwie metody przekształcenia wzoru (3.19) do dziedziny czasu. Pierwsza z nich jest metodą mieszaną, która wykorzystuje przekształcenia analityczne oraz algorytm dopasowania wektora (*ang.* Vector Fitting – VF) [27], który realizuje aproksymację za pomocą funkcji wymiernych. Rezultatem zastosowanie pierwszej metody będzie uzyskanie wzoru na czasowy współczynnik dyfrakcji odpowiedni dla konkretnych parametrów obiektu wypukłego. Druga z metod jest metodą w całości analityczną, prowadzącą do ogólnego współczynnika dyfrakcji. W obydwu metodach jest zastosowane przekształcenie Laplaca, natomiast dodatkowo w drugiej metodzie jest zaimplementowana jednostronna odwrotna transformata Fouriera [66].

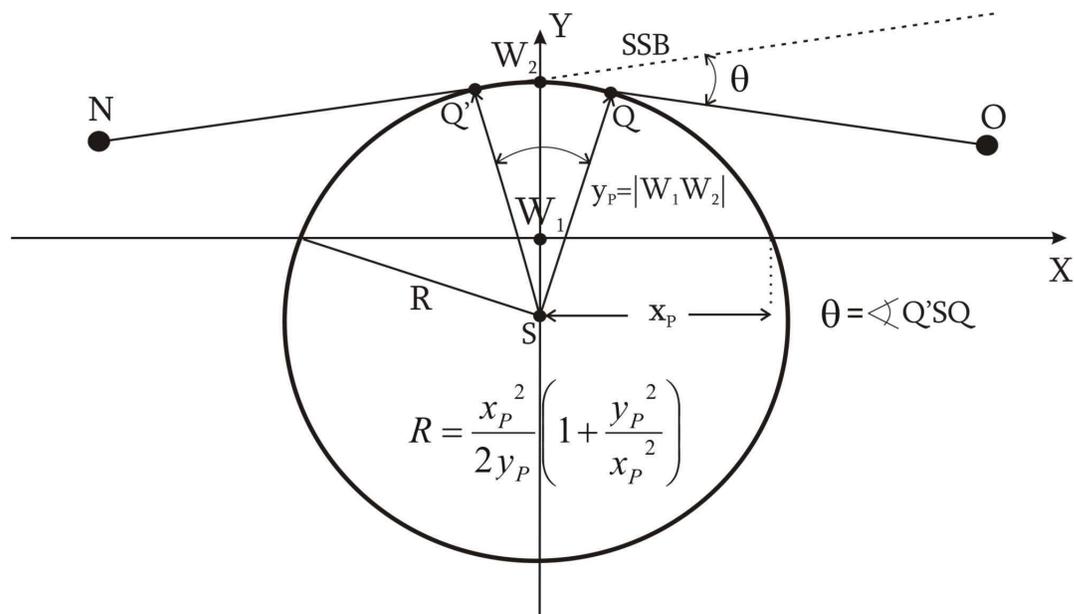


Rys. 4.1. Geometria modelu przeszkody wypukłej.

4.1. Model przeszkody wypukłej

W tym podpunkcie zostanie przedstawiony model geometryczny pojedynczej dobrze przewodzącej przeszkody wypukłej, dla której zostanie wyznaczony czasowy współczynnik dyfrakcji. Modelem tej przeszkody jest model 2D w postaci łuku okręgu, jak zostało to przedstawione na Rys 4.1 [3].

W rozprawie przeanalizowana zostanie dyfrakcja na przeszkodzie wypukłej o jednorodnym promieniu. Pozwoli to na możliwie proste i przejrzyste zilustrowanie metod, które zostaną wykorzystane do wyznaczenia ultra szerokopasmowego (czasowego) współczynnika dyfrakcji na przeszkodzie wypukłej. Parametrami geometrycznymi modelu przeszkody wypukłej są cięciwa o długości $2 \cdot x_p$, ograniczająca łuk modelu, wysokość wycinka okręgu o długości y_p oraz promień okręgu R . Długość wycinka łuku obiektu wypukłego, czyli $C_D(Q', Q)$, po którym pełza promień, jest zdeterminowany przez położenie punktów Q' oraz Q , którym odpowiada kąt θ . Kąt ten jest kątem zawartym między granicą cienia SSB oraz odcinkiem łączącym punkt Q oraz punkt obserwacji (pomiaru natężenia pola elektromagnetycznego), a jednocześnie kątem pomiędzy odcinkami, których początkiem jest środek okręgu, a końcami są punkty Q' oraz Q . Długość łuku pełzania promienia jest powiązana z kątem θ zależnością (4.1). Natomiast zależność długości promienia okręgu od wielkości x_p oraz y_p ilustruje Rys. 4.2. Korzystając z zależności (4.2) wynikających z rysunku, długość promienia R dana jest w



Rys. 4.2. Geometria modelu przeszkody wypukłej z zaznaczonym promieniem pełzającym dochodzącym od punktu nadawania N do punktu odbioru O .

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

ogólności zależnością (4.3a), natomiast gdy x_p jest znacznie większe od y_p , długość R można przybliżyć wzorem (4.3b).

$$C_D(Q', Q) = R \cdot \theta \quad (4.1)$$

$$R = y_p + h \quad (4.2a)$$

$$h = x_p \operatorname{ctg}(\alpha) \quad (4.2b)$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha) = \frac{x_p}{y_p} \quad (4.2c)$$

$$R = \frac{1}{2} \left(y_p + \frac{x_p^2}{y_p} \right) = \frac{x_p^2}{2y_p} \left(1 + \frac{y_p^2}{x_p^2} \right) \quad (4.3a)$$

$$R \approx \frac{x_p^2}{2y_p} \quad \text{dla} \quad x_p \gg y_p \quad (4.3a)$$

Dla tak określonego modelu geometrycznego badanej przeszkody wypukłej, współczynnik dyfrakcji (3.19) przyjmuje postać wzoru (4.4a), a po wykorzystaniu zależności między funkcją Pekerisa oraz funkcji rozpraszania Focka, może być opisany zależnością (4.4b). Argumenty funkcji specjalnych (3.26) i (3.27) są dla przypadku stałej wartości promienia, określone wzorami (4.5) i (4.6), natomiast wzór (3.30) upraszcza się do postaci wzoru (4.7). Współczynnik fazowy β jest dany wzorem (4.8), a wielkość v_p jest prędkością propagacji fali w powietrzu.

$$T_{s,h}(\omega) = -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} \left(\frac{e^{-j\pi/4} \cdot (1 - F(X_d(\omega)))}{2\xi_d(\omega)\sqrt{\pi}} + P_{s,h}(\xi_d(\omega)) \right) \quad (4.4a)$$

$$T_{s,h}(\omega) = -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} \cdot e^{-j\pi/4} \left(\frac{-F(X_d(\omega))}{2\xi_d(\omega)\sqrt{\pi}} + \left\{ \begin{array}{l} p^*(\xi_d(\omega)) \\ q^*(\xi_d(\omega)) \end{array} \right\} \right) \quad (4.4b)$$

$$\xi_d(\omega) = m(\omega) \cdot \theta \quad (4.5)$$

$$m(\omega) = \left(\frac{\omega R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.6)$$

$$X_d(\omega) = \frac{\omega L_d \xi_d(\omega)^2}{v_p 2m(\omega)^2} = \frac{\omega L_d \theta^2}{2v_p} \quad (4.7)$$

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} \quad (4.8)$$

W następującej części rozdziału będą przedstawione sposoby przetransformowania współczynnika dyfrakcji (4.4b) do dziedziny czasu.

4.2. Odpowiedź impulsowa przeszkody wypukłej – metoda analityczno-numeryczna

W tym podpunkcie do przekształcenia wzoru (4.4b) do postaci współczynnika dyfrakcji dla propagacji UWB, zostanie wykorzystany między innymi algorytm Vector Fitting (VF) [27]. Algorytm VF jest narzędziem służącym dopasowaniu wektora zawierającego wartości wyznaczone analitycznie lub przy pomocy pomiarów (przyporządkowanemu wektorowi zawierającemu argumenty) do funkcji postaci (4.9). Algorytm dopasowania wektora „szuka” optymalnych, pod kątem dokładności aproksymacji, wartości biegunów a_n oraz reziduiów c_n , d oraz h , dla których funkcja (4.9) w najlepszy sposób interpoluje badaną zależność wektorową. Implementacja algorytmu VF, wykorzystana w rozprawie, napisana została w języku Matlab i umieszczona na stronie internetowej [33].

$$f(s) = \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - a_n} + d + sh \quad (4.9)$$

Zanim zostaną przedstawione szczegóły wykorzystania algorytmu VF do wyznaczenia postaci współczynnika dyfrakcji dla propagacji UWB, wzór (4.4b) zostanie podzielony na dwa następujące składniki:

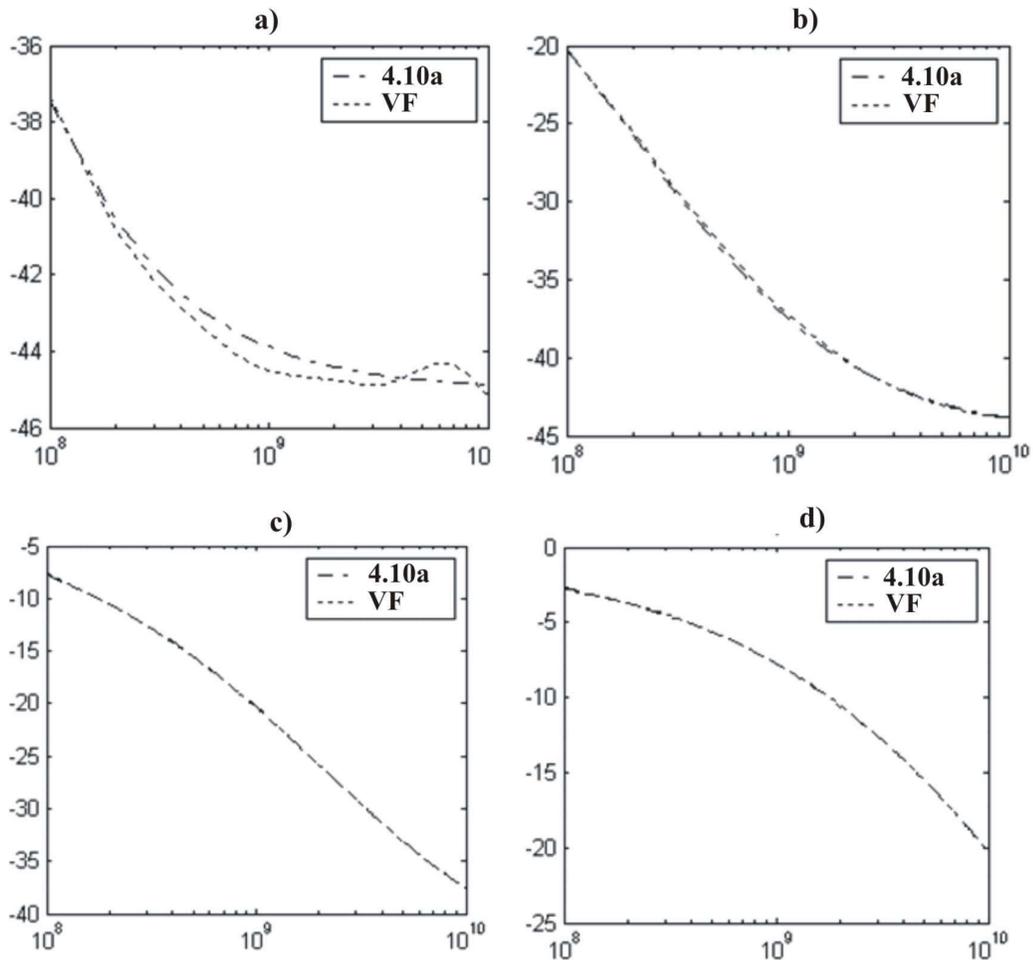
$$T^{(1)}(\omega) = m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{F(X_d(\omega))}{2\xi_d(\omega)\sqrt{\pi}} \quad (4.10a)$$

$$T_{s,h}^{(2)}(\omega) = -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \begin{cases} p^*(\xi_d(\omega)) \\ q^*(\xi_d(\omega)) \end{cases} \quad (4.10b)$$

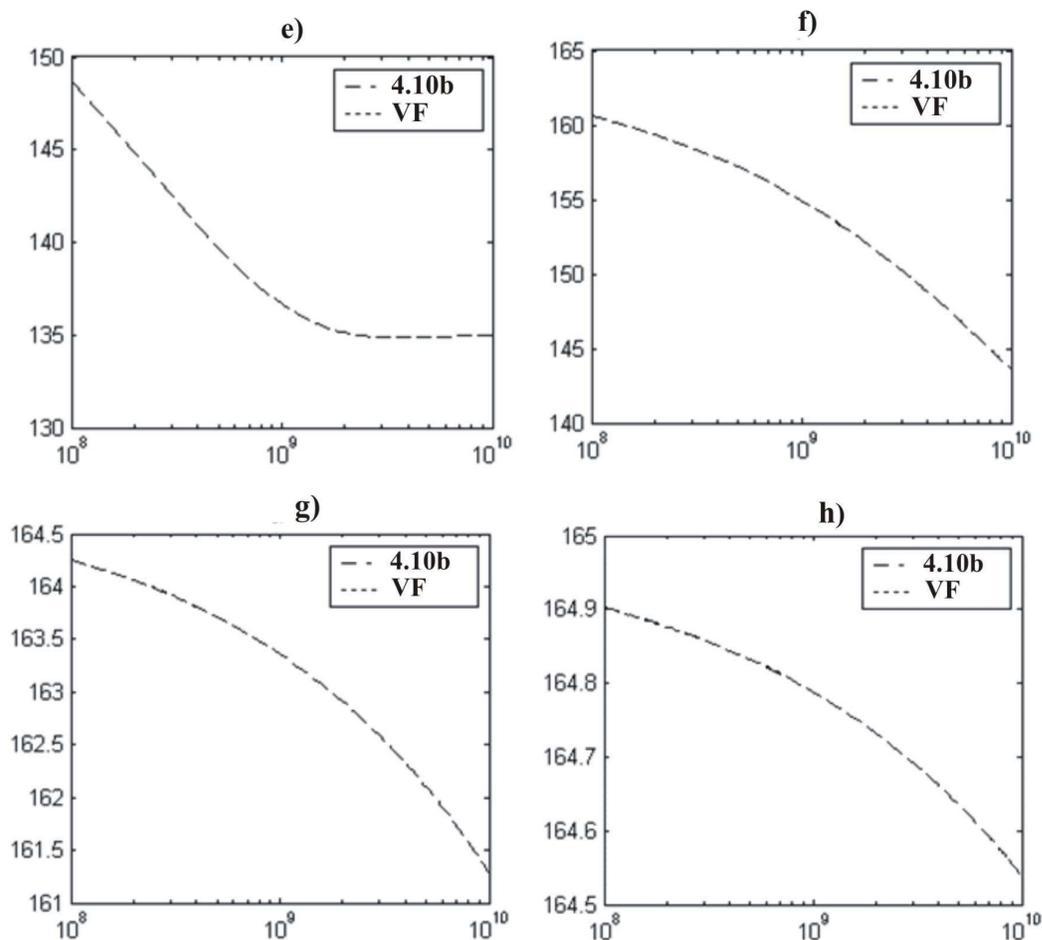
4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Obydwa składniki, opisane wzorami (4.10), zawierają po jednej funkcji specjalnej. Pierwszy z nich zawiera funkcję strefy przejściowej, natomiast w drugim z nich jest wykorzystana funkcja rozpraszania Focka dla odpowiedniej polaryzacji.

W następującej części rozprawy zostanie przebadana skuteczność algorytmu VF pod względem aproksymacji (4.10a) oraz (4.10b). Aby tego dokonać zostaną wybrane reprezentatywne wartości parametrów kanału przedstawionego na Rys. 4.2, dla których zostaną przedstawione wyniki zastosowania algorytmu dopasowania wektora w stosunku do (4.10). Parametrami tymi są promień R , kąt pełzania θ i współczynnik separacji (*ang. separation coefficient*) L_d zależny od odległości $|NQ'|$ oraz $|QO|$. Funkcja (4.10a) oraz (4.10b) aproksymowane są w przedziale częstotliwości od 100 MHz do 10 GHz. Wyniki aproksymacji przedstawione na rysunkach 4.3a-4.3h.



4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym



Rys. 4.3. Rezultaty aproksymacji charakterystyki fazowej funkcji (4.10a) dla parametrów a) - $R=2500m$, $\theta=0.08$ rad, $L=500$, b) - $R=250m$, $\theta=0.08$ rad, $L=50$, c) - $R=25m$, $\theta=0.08$ rad, $L=5$, d) - $R=0,5m$, $\theta=0.08$ rad, $L=0,5$, oraz funkcji (4.10b) dla parametrów e) - $R=2500m$, $\theta=0,08rad$, f) - $R=250m$ $\theta=0.05$ rad, g) - $R=25$ m, $\theta=0.02$ rad, h) - $R=0,5$ m, $\theta=0.01$ rad

Wyniki aproksymacji przedstawione na Rys. 4.3 zostały uzyskane dla przypadku polaryzacji miękkiej (przy polaryzacji twardej wyniki są analogiczne) przy wykorzystaniu 8 biegunów oraz 2 iteracji algorytmu. Zastosowanie większej liczby biegunów oraz iteracji nie poprawia znacząco wyników aproksymacji dla dowolnych wartości R , θ i L_d . Na Rys. 4.3 została przedstawiona aproksymacja charakterystyki fazowej (4.10a) oraz (4.10b). Wyniki aproksymacji charakterystyki amplitudowej nie zostały w tym miejscu zestawione. Powodem tego jest to, że różnice w jakości aproksymacji charakterystyki amplitudowej (4.10a) oraz (4.10b) są subiektywnie niezauważalne i jednocześnie jakości te są bardzo dobre. Inaczej jest w przypadku aproksymacji charakterystyki fazowej (4.10a) oraz (4.10b), gdzie jest subiektywnie zauważalna wyraźna różnica skuteczności

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

algorytmu VF dla tych dwóch funkcji. Na Rys. 4.3a-d oraz 4.3.e-h są przedstawione wyniki aproksymacji charakterystyk fazowych odpowiednio (4.10a) oraz (4.10b) dla poszczególnych parametrów R , θ oraz L_d . Na podstawie analizy jakości aproksymacji charakterystyki fazowej (4.10a) oraz (4.10b) można stwierdzić, że algorytm VF jest bardzo skutecznym narzędziem do aproksymacji (4.10b), natomiast w przypadku (4.10a), już takim nie jest. Jest to zauważalne w szczególności na Rys. 4.3a, gdzie widać, że przy dużych promieniach R (co odpowiada przypadkowi kanału na zewnątrz budynków w terenie łagodnych wzgórz [3]) charakterystyka fazowa (4.10a) oraz jej aproksymacja znacząco od siebie odbiegają. Podobne rezultaty można również otrzymać dla $R=0,5\text{m}$ i dużych kątów θ (np. $\theta=0,5$). Jest to jeden z powodów, dla którego, wyznaczanie odpowiednika czasowego (4.10a) poprzez wykorzystanie metody aproksymacji funkcji wymiernych VF, nie zawsze jest korzystnym sposobem. Dlatego zostanie pokazane, że funkcja (4.10a) może być przekształcona do dziedziny czasu bezpośrednio w sposób analityczny, tzn. bez potrzeby stosowania żadnych aproksymacji. Algorytm VF natomiast może być wykorzystany z powodzeniem jako jedno z narzędzi, które można wykorzystać do określenia postaci czasowej (4.10b).

Składnik (4.10a) może być przekształcony do dziedziny czasu przez wykorzystanie odwrotnej transformaty Laplace'a. Aby to zrobić, należy wykonać podstawienie $s=j\omega$. Po zastosowaniu tego podstawienia, wzór (4.10a) można zapisać następująco:

$$T^{(1)}(s) = \sqrt{\frac{2v_p}{s}} \frac{F\left(\frac{sL_d\theta^2}{2v_p} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}\right)}{2\theta\sqrt{\pi}} . \quad (4.11)$$

W tym momencie można wykorzystać zależność między funkcją tranzycji (3.20) a komplementarną funkcją błędu:

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt . \quad (4.12)$$

Porównując (3.20) oraz (4.12), funkcję strefy przejściowej można wyrazić za pomocą wzoru:

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

$$\begin{aligned}
 F(X) &= 2j\sqrt{X}e^{jX} \int_{\sqrt{X}}^{\infty} e^{-ju^2} du \stackrel{\text{podst. } \sqrt{ju}=t}{=} j\sqrt{X\pi}e^{jX} \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \int_{\sqrt{jX}}^{\infty} e^{-t^2} dt = \\
 &= e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{X\pi} e^{jX} \operatorname{erfc}(\sqrt{jX})
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Po podstawieniu (4.13) do wyrażenia (4.11), to ostanie przyjmuje następującą postać:

$$T^{(1)}(s) = \sqrt{\frac{2v_p}{s}} e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{sL_d\theta^2\pi}{2v_p}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\frac{sL_d\theta^2}{2v_p}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{sL_d\theta^2}{2v_p}}\right) \frac{1}{2\theta\sqrt{\pi}}, \quad (4.14)$$

gdzie: $e^{-j\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{j}$.

Mając powyższą postać pierwszego składnika współczynnika dyfrakcji na obiekcie wypukłym w postaci transformaty Laplace'a, wykorzystana zostanie para transformat (4.15) w celu przekształcenia (4.11) do dziedziny czasu:

$$\sqrt{\pi X} e^{s\frac{X}{c}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{sX}{c}}\right) \leftrightarrow \frac{X}{\sqrt{\pi ct} \left(t + \frac{X}{c}\right)}. \quad (4.15)$$

Aby wykorzystać (4.15), czynniki (4.14) zostaną pogrupowane w sposób pokazany wzorami (4.17) i (4.18), co pozwala na zapisanie odpowiednika czasowego (4.11) w postaci wzoru (4.18).

$$T^{(1)}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\theta}} \sqrt{X} e^{s\frac{X}{v_p}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{sX}{v_p}}\right) \quad (4.16)$$

$$X = \frac{L_d\theta^2}{2} \quad (4.17)$$

$$h^{(1)}(t) = L^{-1}[T^{(1)}(s)] = \frac{X}{\pi\theta\sqrt{2v_p t} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \quad (4.18)$$

Mając wyznaczoną postać czasową (4.10a), pozostaje jeszcze znalezienie funkcji czasu dla (4.10b). Jak zostało to opisane wcześniej, funkcję (4.10b) można z powodzeniem aproksymować przez użycie algorytmu VF za pomocą wyrażenia (4.9). Dla

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

ośmiu biegunów a_n (jak dla wyników aproksymacji z Rys. 4.3), wyrażenie (4.9) można uszczegółowić następująco:

$$f(s) = \sum_{n=1}^8 \frac{c_n}{s - a_n} + d + sh \quad (4.19)$$

Wykorzystując odwrotne przekształcenia Laplaca do (4.19) mamy:

$$f(t) = \sum_{n=1}^8 c_n e^{-a_n t} + d\delta(t) + h\delta'(t) \quad (4.20)$$

W przedstawionej metodzie, współczynnik dyfrakcji UTD z dziedziny pulsacji ω został przekształcony do postaci wzoru (4.21), który jest sumą wyrażen (4.18) oraz wzorca (4.20):

$$h_{s,h}(t) = \frac{X}{\pi\theta_w \sqrt{2\nu_p t} \left(t + \frac{X}{\nu_p} \right)} + \sum_{n=1}^8 c_n e^{-a_n t} + d\delta(t) + h\delta'(t) \quad (4.21)$$

W zależności (4.21), dla każdego zestawu parametrów R , θ oraz L_d , wartości biegunów a_n i residuów c_n , d oraz h , muszą być wyznaczone przez użycie algorytmu VF, co jest pewnym obciążeniem obliczeniowym dla programu symulacyjnego wyznaczającego propagację fali elektromagnetycznej. Jednak metoda ta prowadzi do wyników które są bardzo dokładne (Rys. 4.3), a wymienione obciążenie dla przypadku ośmiu biegunów i dwóch iteracji, może nie być znaczące.

4.3. Odpowiedź impulsowa przeszkody wypukłej – metoda analityczna

W poprzednim podpunkcie została przedstawiona metoda wyznaczenia postaci czasowej współczynnika dyfrakcji obiektu wypukłego, która posiada jedną wadę, którą jest znaczące obciążenie dla platformy obliczeniowej przy zadanym kanale propagacyjnym. Ostateczna postać funkcji (4.21) różni się w zależności od wartości parametrów R , θ oraz L_d . W tym podpunkcie zostanie przedstawiona metoda wyznaczenia postaci czasowej (4.10b), która prowadzi do wyniku pozbawionego tej wady.

Metoda wyznaczenia czasowego współczynnika dyfrakcji będącego jedynie funkcją parametrów obiektu wypukłego oraz tych odnoszących się do wzajemnego po-

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

łożenia anten oraz przeszkody, została w części przedstawiona w poprzednim podpunkcie. Dotyczyło to przetransformowania funkcji (4.10a) (pierwszego składnika transmissancji (4.4a-b)) do dziedzinie czasu (wyrażenie (4.18)). Analogiczne przetransformowanie składnika (4.10b) wymaga zastosowania aproksymacji tego wyrażenia odpowiednimi funkcjami. Należy podkreślić, że aproksymacja składnika (4.10b) wydaje się być konieczna, z powodu jego bardzo złożonej postaci. Wydaje się, że przekształcenie tego wyrażenia w sposób bezpośredni do dziedzinie czasu przy pomocy transformacji częstotliwościowo-czasowych, jest problemem bardzo dużym, o ile w ogóle rozwiązywalnym. Co za tym idzie, pożądanym krokiem, byłaby aproksymacja wyrażenia (4.10b) za pomocą funkcji, które miałyby charakter ogólny oraz które mogłyby być przekształcone do dziedzinie czasu poprzez wykorzystania transformacji częstotliwościowo-czasowych.

W celu aproksymacji (4.10b), która spełniałaby wymienione w poprzednim akapicie wymagania, w rozprawie został wykorzystany szereg Kellera [47] oraz szereg Logana [45]. Szereg Kellera oraz Logana odnoszą się do aproksymacji funkcji rozpraszania Focka dla odpowiednio dużych oraz małych wartości parametru ξ_d . Dla przypadku polaryzacji miękkiej funkcja rozpraszania Focka może być aproksymowana dla dużych oraz małych wartości argumentu ξ_d szeregami odpowiednio (4.22a) oraz (4.22b), natomiast dla przypadku polaryzacji twardej szeregami odpowiednio (4.23a) oraz (4.23b).

$$p^*(\xi_d) \approx \frac{1}{2\xi_d\sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Az_n\xi_d} \exp\left(-j\frac{5\pi}{6}\right)}{[Ai'(Az_n)]^2} \quad (4.22a)$$

$$p^*(\xi_d) \approx e^{j\frac{\pi}{6}} \sum_{n=0}^N \frac{wp_n}{n!} (j)^{\frac{n}{3}} \xi_d^n \quad (4.22b)$$

$$q^*(\xi_d) \approx \frac{1}{2\xi_d\sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Apz_n\xi_d} \exp\left(-j\frac{5\pi}{6}\right)}{[Ai(Apz_n)]^2 Apz_n} \quad (4.23a)$$

$$q^*(\xi_d) \approx e^{j\frac{\pi}{6}} \sum_{n=0}^N \frac{wq_n}{n!} (j)^{\frac{n}{3}} \xi_d^n \quad (4.23b)$$

Gdzie Az_n oraz Apz_n są n-tym (licząc od największego do najmniejszego) miejscem zerowym odpowiednio: funkcji Airiego (przedstawionej w poprzednim rozdziale) oraz jej pochodnej. $Ai'(Az_n)$ oraz $Ai'(Apz_n)$ są wartościami odpowiednio pochodnej funkcji

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Airiego dla jej n -tego miejsca zerowego oraz funkcji Airiego dla n -tego miejsca zerowego jej pochodnej, w_{p_n} oraz w_{q_n} są współczynnikami Logana odpowiednio dla funkcji $p^*(\xi_d)$ oraz $q^*(\xi_d)$. Pierwszych 10 wartości Az_n , Apz_n , $Ai'(Az_n)$, $Ai(Apz_n)$ jest zestawione w tabeli 4.1, natomiast pierwszych 12 wartości współczynników w_{p_n} oraz w_{q_n} jest zamieszczone w tabeli 4.2.

Tabela 4.1. Zestawienie pierwszych 10 wartości Az_n , Apz_n , $Ai'(Az_n)$, $Ai(Apz_n)$

n	Az_n	$Ai'(Az_n)$	Apz_n	$Ai(Apz_n)$
0	-2,338	0,701	-1,019	0,536
1	-4,088	-0,803	-3,248	-0,419
2	-5,521	0,865	-4,820	0,380
3	-6,787	-0,911	-6,163	-0,358
4	-7,944	0,947	-7,372	0,342
5	-9,023	-0,978	-8,488	-0,330
6	-10,040	1,004	-9,535	0,321
7	-11,009	-1,028	-10,528	-0,313
8	-11,936	1,049	-11,475	0,307
9	-12,829	-1,068	-12,385	-0,301

Tabela 4.2. Zestawienie pierwszych 12 współczynników w_{p_n} oraz w_{q_n} .

n	w_{p_n}	w_{q_n}	n	w_{p_n}	w_{q_n}
0	0,354064	-0,307177	6	1,16557	-1,37979
1	-0,150139	0,263755	7	-2,61483	3,13568
2	-0,019102	-0,040272	8	-0,050352	-0,08668
3	0,207797	-0,252283	9	17,7043	-19,9933
4	-0,304017	0,417454	10	-51,0111	57,3522
5	-0,016830	-0,033482	11	-0,312482	-0,475105

Kluczowym zadaniem jest w tym momencie określenie minimalnej liczby wyrazów szeregów (4.22a-b) oraz (4.23a-b), zapewniających wymaganą dokładność aprok-

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

symacji funkcji rozpraszania Focka. W tym celu zostanie wyznaczona taka wartość progowa argumentu $\xi_d(f)$ (4.24), oznaczona jako ξ_{dTh} , że dla $\xi_d \leq \xi_{dTh}$ lub $\xi_d > \xi_{dTh}$ liczba wyrazów szeregów (4.22a) oraz (4.23a) lub (4.22b) oraz (4.23b) będzie wymaganą wielkością minimalną. Drugie wymaganie dotyczące wartości ξ_{dth} jest następujące. Aby aproksymację (4.10b) można było w wygodny sposób przekształcić do dziedziny czasu, wartość ξ_{dth} musi być na tyle duża, lub na tyle mała, aby dla każdej częstotliwości z pasma sygnału UWB, wyrażenie (4.24) spełniało jedno z warunków: $\xi_d(f) \leq \xi_{dth}$ lub $\xi_d(f) > \xi_{dth}$.

$$\xi_d(f) = \left(\frac{\pi \cdot f \cdot R}{v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \theta \quad (4.24)$$

Po aproksymacji funkcji rozpraszania Focka i przetransformowaniu wyrażeń aproksymujących (4.10b) do dziedziny czasu, uzyska się zależność na odpowiednik czasowy (4.10b), dany wzorem postaci:

$$h_{s,h}(t) \approx \begin{cases} h_{s,h<}(t) & \text{jeżeli } \bigwedge_{f \in B} \xi_d(f) \leq \xi_{dth} \\ h_{s,h>}(t) & \text{jeżeli } \bigwedge_{f \in B} \xi_d(f) > \xi_{dth} \end{cases} \quad (4.25)$$

gdzie B jest pasmem, zajmowanym przez sygnał UWB. Odpowiednik czasowy (4.10b) można było zapisać wzorem (4.25), ponieważ nie ważna jest postać transmitancji kanału propagacyjnego, w części pasma częstotliwości, leżącej poza B. Na postać sygnału propagującego się w kanale ma jedynie wpływ część transmitancji kanału w paśmie B. Transmitancja kanału poza pasmem B (sygnału nadanego) może być aproksymowana niedokładnie.

W następującej części rozprawy zostanie przedstawiona analiza aproksymacji funkcji rozpraszania Focka, a tym samym (4.10b) za pomocą (4.22a-b) oraz (4.23a-b).

Po analizie (4.24) można wstępnie wywnioskować, że (4.10b) będzie można aproksymować szeregiem (4.22a) lub (4.23a), gdy pasmo sygnału UWB będzie zajmowało większe częstotliwości, a wartość kąta θ oraz promienia R nie będą zbyt małe. Z tego względu w dalszej części rozprawy warunek $\xi_d > \xi_{dth}$ będzie wiązany z przypadkiem transmisji UWB z wykorzystaniem nośnej. Gdy sygnał UWB transmitowany jest w paśmie podstawowym ($f \in \langle 0, f_g \rangle$), wykorzystywaną aproksymacją będzie (4.22b) lub (4.23b) (szereg Logana). Dlatego warunek $\xi_d \leq \xi_{dth}$ będzie w dalszej części rozprawy

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

wiązany z przypadkiem transmisji UWB w paśmie podstawowym. Chociaż należy podkreślić, że również dla transmisji sygnału UWB z wykorzystaniem nośnej, możliwa jest aproksymacja (4.10b) szeregami Logana, jeśli tylko wartości kąta θ nie są zbyt duże, w tym, gdy $\theta \rightarrow 0$ (ang. grazing incidence), a wartości R , przy $\theta > 0$, też nie są duże.

W celu wyznaczenia zależności wartości ξ_{dth} od liczby wyrazów aproksymujących szeregi przy zdefiniowanym maksymalnym dopuszczalnym błędzie aproksymacji, zostały przeprowadzone symulacje numeryczne, których wyniki są zestawione w tabeli 4.3a oraz 4.3b. W tabelach tych są zastosowane następujące oznaczenia. Wielkość M jest równa wartości N ze wzorów (4.22b) oraz (4.23b) (szereg Logana), natomiast wielkość W jest równa wartości N we wzorach (4.22a) oraz (4.23a) (szereg Kellera). Wielkości $\xi_{dth}^{(M)}$ oraz $\xi_{dth}^{(W)}$ są to progowe wartości ξ_d przy których względny błąd aproksymacji szeregiem odpowiednio Logana oraz Kellera jest największy, ale nie przekraczający wcześniej zdefiniowanego poziomu błędu (zdefiniowane poziomy błędy w tabelach 4.3a oraz 4.3b należą do zbioru $\{0,1\%, 0,2\%, 0,3\%, 0,5\%\}$). Błąd aproksymacji jest zdefiniowany jako maksymalna dwóch rozbieżności: między wartością rzeczywistą funkcji rozpraszania Focka a jej aproksymacją lub między wartością urojoną funkcji rozpraszania Focka, a jej aproksymacją. Aby w całym przedziale $\xi_d \geq 0$, funkcja rozpraszania Focka była aproksymowana z błędem nie przekraczającym maksymalnego dopuszczalnego, wartość ξ_{dth} musi należeć do przedziału $\langle \xi_{dth}^{(W)}, \xi_{dth}^{(M)} \rangle$.

Tabela 4.3a. Rozkład wartości ξ_{dth} przy zadanym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji funkcji $p^*(\xi_d)$

	Błąd względny – 0,1%				Błąd względny – 0,2%				Błąd względny – 0,3%				Błąd względny – 0,5%			
	$\xi_{dth}^{(M)}$	$\xi_{dth}^{(W)}$	M	W												
10	1,603	1,529	8	2	1,718	1,423	8	2	1,801	1,355	8	2	1,944	1,262	8	2
11	1,603	1,213	8	3	1,718	1,135	8	3	1,801	1,083	8	3	1,944	1,012	8	3
	1,61	1,529	9	2	1,726	1,423	9	2	1,81	1,355	9	2	1,978	1,262	9	2
12	1,603	1,025	8	4	1,718	0,96	8	4	1,801	0,917	8	4	1,944	0,859	8	4
	1,61	1,213	9	3	1,726	1,135	9	3	1,81	1,083	9	3	1,978	1,012	9	3
13	0,944	0,797	7	6	1,036	0,751	7	6	1,075	0,92	7	6	1,175	0,679	7	6
	1,64	1,529	11	2	1,717	1,423	11	2	1,766	1,355	11	2	1,832	1,262	11	2
14	0,944	0,724	7	7	1,036	0,683	8	6	1,801	0,72	8	6	1,944	0,679	8	6
	1,603	0,797	8	6	1,423	0,96	10	4	1,484	0,917	10	4	1,562	0,859	10	4
	1,61	0,894	9	5	1,717	1,135	11	3	1,766	1,083	11	3	1,832	1,012	11	3

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Tabela 4.3a (c. d)

15	1,61	1,529	13	2	1,725	1,423	13	2	1,79	1,355	13	2	1,872	1,262	13	2
	1,639	1,213	12	3	1,716	1,135	12	3	1,765	1,083	12	3	1,83	1,012	12	3
	1,64	1,025	11	4	1,717	0,96	11	4	1,766	0,917	11	4	1,832	0,859	11	4
	1,322	0,894	10	5	1,423	0,839	10	5	1,484	0,803	10	5	1,562	0,755	10	5
	1,61	0,797	9	6	1,726	0,751	9	6	1,81	0,72	9	6	1,978	0,679	9	6
	1,603	0,724	8	7	1,718	0,683	8	7	1,801	0,657	8	7	1,944	0,62	8	7
	0,944	0,658	7	8	1,036	0,63	7	8	1,095	0,605	7	8	1,175	0,573	7	8
	0,757	0,619	6	9	0,853	0,586	6	9	0,913	0,564	6	9	0,994	0,534	6	9
16	1,61	1,213	13	3	1,993	1,423	14	2	2,097	1,355	□	2	2,217	1,262	14	2
	1,63	1,025	12	4	1,725	1,135	13	3	1,79	1,083	13	3	1,872	1,012	13	3
	1,64	0,894	11	5	1,716	0,96	12	4	1,765	1,917	12	4	1,83	0,859	12	4
	1,322	0,797	10	6	1,717	0,839	11	5	1,766	0,803	11	5	1,832	0,755	11	5
	1,61	0,724	9	7	1,423	0,751	10	6	1,484	0,72	10	6	1,562	0,679	10	6
	1,603	0,658	8	8	1,726	0,683	9	7	1,81	0,657	9	7	1,978	0,62	9	7
	0,944	0,619	7	9	1,718	0,63	8	8	1,801	0,605	8	8	1,944	0,573	8	8
	0,757	0,579	6	10	1,036	0,586	7	9	1,095	0,564	7	9	1,175	0,534	7	9

Tabela 4.3b. Rozkład wartości ξ_{dTh} przy zadanym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji funkcji $q^*(\xi_d)$

M+W	Błąd względny – 0,1%				Błąd względny – 0,2%				Błąd względny – 0,3%				Błąd względny – 0,5%			
	$\xi_{dth}^{(M)}$	$\xi_{dth}^{(W)}$	M	W												
13	0,922	0,917	7	6	1,337	0,859	7	6	1,35	0,822	7	6	1,371	0,771	7	6
	1,872	1,869	11	2	1,905	1,833	11	2	1,93	1,785	11	2	1,968	1,64	11	2
14	0,922	0,817	7	7	1,246	0,859	8	6	1,293	0,822	8	6	1,356	0,771	8	6
	1,172	0,917	8	6	1,295	1,162	10	4	1,346	1,103	10	4	1,413	1,026	10	4
	1,175	1,054	9	5	1,905	1,47	11	3	1,93	1,369	11	3	1,968	1,257	11	3
15	1,871	1,739	12	3	1,905	1,47	12	3	1,93	1,369	12	3	1,967	1,257	12	3
	1,872	1,261	11	4	1,905	1,162	11	4	1,93	1,103	11	4	1,968	1,026	11	4
	1,214	1,055	10	5	1,295	0,983	10	5	1,346	0,937	10	5	1,413	0,876	10	5
	1,175	0,917	9	6	1,25	0,859	9	6	1,297	0,822	9	6	1,36	0,771	9	6
	1,172	0,817	8	7	1,246	0,768	8	7	1,293	0,737	8	7	1,356	0,694	8	7
	0,922	0,74	7	8	1,337	0,699	7	8	1,35	0,671	7	8	1,371	0,634	7	8
	0,689	0,68	6	9	0,775	0,644	6	9	0,829	0,619	6	9	0,902	0,586	6	9
16	1,871	1,261	12	4	1,861	1,833	14	2	1,918	1,785	14	2	1,991	1,64	14	2
	1,872	1,054	11	5	1,724	1,47	13	3	1,765	1,369	13	3	1,819	1,257	13	3
	1,214	0,917	10	6	1,905	1,162	12	4	1,93	1,103	12	4	1,967	1,026	12	4
	1,175	0,817	9	7	1,905	0,983	11	5	1,93	0,937	11	5	1,968	0,876	11	5

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Tabela 4.3b (c. d.)

1,172	0,74	8	8	1,295	0,859	10	6	1,346	0,822	10	6	1,413	0,771	10	6
0,922	0,68	7	9	1,25	0,768	9	7	1,297	0,737	9	7	1,36	0,694	9	7
0,689	0,631	6	10	1,246	0,699	8	8	1,293	0,671	8	8	1,356	0,634	8	8

W tabelach 4.3a oraz 4.3b są uwzględnione tylko te pary szeregów Logana i Kellera, które aproksymują funkcję rozpraszania Focka z ustaloną dokładnością dla wszystkich wartości $\xi_d \geq 0$.

Jednym z wniosków, jakie można wyciągnąć, analizując tabele 4.3a oraz 4.3b jest to, że przy zdefiniowanych maksymalnych dopuszczalnych względnych błędach aproksymacji, funkcję rozpraszania Focka dla polaryzacji twardej można przybliżyć szeregami, których suma wyrazów jest równa co najmniej 15. Inaczej jest w przypadku aproksymacji funkcji $p^*(\xi_d)$, przy której wystarczy nawet 12 takich wyrazów.

W tabelach są wyróżnione pewne pary szeregów Logana oraz Kellera o N równym odpowiednio M oraz W . Na przykładzie par szeregów o $M+W=16$, zostały zaznaczone te, dla których wartości $\xi_{dth}^{(M)}$ są maksymalne (obramowanie linią podwójną i zacieniowanie) lub wartości $\xi_{dth}^{(W)}$ są minimalne (obramowanie linią podwójną). Natomiast na przykładzie szeregów o $M+W=15$ są zaznaczone te pary szeregów, które są parami optymalnymi pod względem optymalizacji kosztów zwiększania $\xi_{dTh}^{(M)}$ (obramowanie linią pogrubioną i zacieniowanie) lub zmniejszania $\xi_{dth}^{(W)}$ (obramowanie linią pogrubioną). Wymienionym kosztem zwiększania $\xi_{dTh}^{(M)}$ lub zmniejszania $\xi_{dth}^{(W)}$ jest ilość dodanych wyrazów do poszczególnych szeregów. Na podstawie analizy zawartości tabel można stwierdzić, że z reguły dodanie wyrazu do określonego szeregu powoduje zwiększenie $\xi_{dth}^{(M)}$ lub zmniejszania $\xi_{dth}^{(W)}$. Biorąc pod uwagę koszty maksymalizacji $\xi_{dTh}^{(M)}$ lub minimalizacji $\xi_{dTh}^{(W)}$, to optymalnymi wartościami M oraz W są wartości odpowiednio 8 oraz 3 w przypadku aproksymacji funkcji $p^*(\xi_d)$ i odpowiednio 7 lub 8 oraz 4 przy aproksymacji funkcji $q^*(\xi_d)$. Para szeregów o $M=8$ oraz $W=3$ była optymalną pod względem kosztów aproksymacji funkcji $p^*(\xi_d)$ (dla wszystkich $\xi_d \geq 0$). Natomiast, chociaż w przypadku aproksymacji $q^*(\xi_d)$ para szeregów o $M=7$ lub 8 oraz $W=4$, oddzielnie są szeregami optymalnymi, to razem nie mogą aproksymować funkcji $q^*(\xi_d)$ z wyznaczoną dokładnością dla każdego $\xi_d \geq 0$. Jednak mogą być one wykorzystywane oddzielnie, ponieważ jak zostało napisane wcześniej, ważna jest jedynie dokładność aproksymacji dla częstotliwości, należących do pasma propagującego się sygnału UWB. Aproksymacja funkcji rozpraszania Focka w ustaloną dokładnością dla

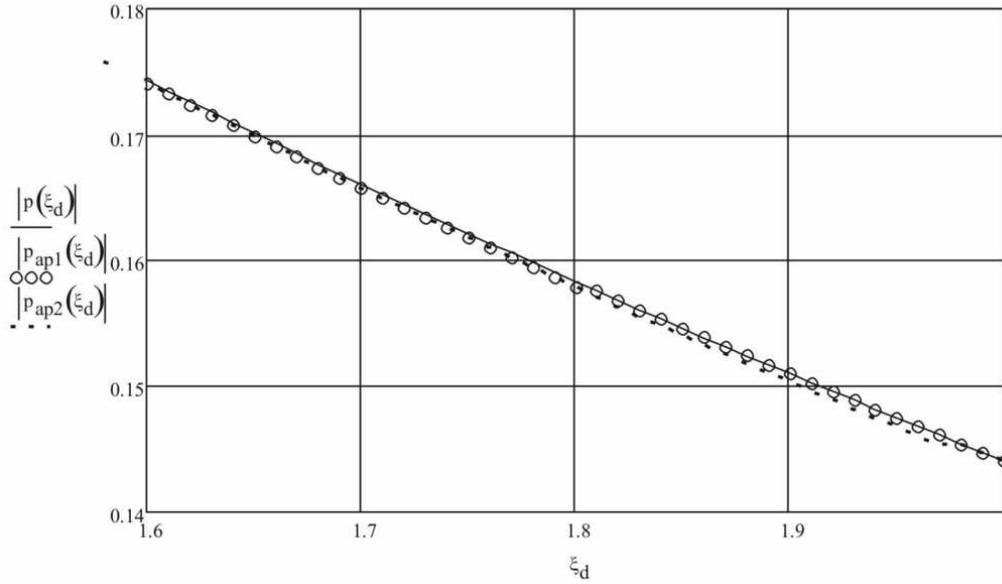
4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

wszystkich $\xi_d \geq 0$, byłaby konieczna w przypadku, gdyby w symulacji była potrzebna jednoczesna analiza propagacji większej ilości różnych impulsów UWB z pasma zarówno niższego jak i wyższego, przy wykorzystaniu tylko dwóch szeregów (Logana i Kellera) i jednej wartości ξ_{dth} . W takim przypadku dla każdej częstotliwości z widma wszystkich impulsów na niższym paśmie musiałby być spełniony warunek $\xi_d \leq \xi_{dth}$. Natomiast w przypadku impulsów z pasma wyższego musiałaby zachodzić relacja $\xi_d > \xi_{dth}$ dla każdej częstotliwości z ich widma.

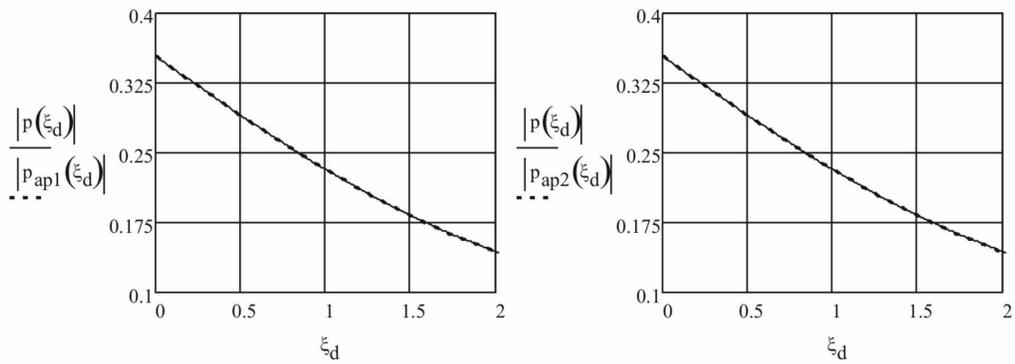
Porównanie dokładnych funkcji rozpraszania Focka z ich wybranymi aproksymacjami oraz względne błędy aproksymacji są pokazane na Rys. 4.4a-j. Oznaczenia, które są zastosowane dla poszczególnych par szeregów aproksymujących funkcje $p^*(\xi_d)$ oraz $q^*(\xi_d)$ to odpowiednio $p^*(\xi_{dth}; M; W)$ oraz $q^*(\xi_{dth}; M; W)$, gdzie M oraz W to ilości wyrazów szeregu odpowiednio Logana oraz Kellera, a ξ_{dTh} , to progowa wartość ξ_d . Rysunki pokazują porównanie funkcji dokładnych $p^*(\xi_d)$ oraz $q^*(\xi_d)$ z ich aproksymacjami zarówno w szerszym przedziale wartości ξ_d (należących od 0 do 2), jak i w przedziale wartości ξ_d , w którym występuje maksymalny dopuszczalny względny błąd aproksymacji. Dla szeregów $p^*(1,810;9;3)$, $p^*(1,083;9;3)$, $q^*(1,250;9;7)$ oraz $q^*(0,768;9;7)$ błąd ten wynosi 0,2%, natomiast wartość ta jest równa 0,5% w przypadku szeregów $p^*(1,978;9;2)$, $p^*(1,262;9;2)$, $q^*(1,413;10;6)$, oraz $q^*(0,771;10;6)$. Na rysunkach porównujących funkcje dokładne oraz ich aproksymacje w przedziale maksymalnego błędu względnego aproksymacji widać, błąd maksymalny występuje dla $\xi_d = \xi_{dth}$, jak również, że wielkość przedziału ξ_d , dla którego wstępuje zauważalny błąd aproksymacji (przy dokładnym zbliżeniu) jest większy, gdy dopuszczalny błąd aproksymacji rośnie. Na Rys. 4.4b, 4.4d, 4.4g, 4.4i, pokazujących jakość aproksymacji w większym przedziale ξ_d , błąd aproksymacji jest niezauważalny.

Na Rys. 4.4e oraz 4.4j są zestawione funkcje względnego błędu aproksymacji funkcji odpowiednio $p^*(\xi_d)$ oraz $q^*(\xi_d)$ wybranymi szeregami w przedziale $\xi_d \in \langle 0; 2,4 \rangle$. Zarówno na rysunku 4.4e, jak i 4.4j można wyróżnić po 2 pary wykresów, odpowiadających dwóm parom szeregów (w szeregach należących do jednej pary, wykorzystana jest ta sama wartość M i W). W każdym szeregu z tej pary wartość dopuszczalnego maksymalnego błędu aproksymacji jest taka sama (0,5% lub 0,2%), natomiast jeden z nich jest optymalizowany po kątem maksymalizacji ξ_{dth} – wykres po prawej stronie z pary lub minimalizacji ξ_{dth} – wykres po lewej stronie z pary.

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

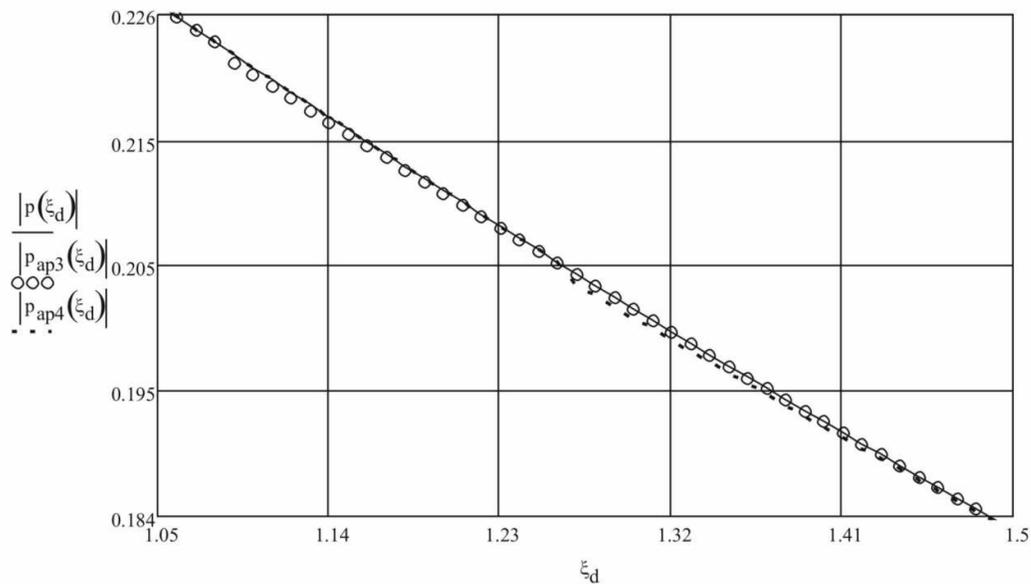


Rys. 4.4a. Porównanie modułu funkcji dokładnej $p^*(\xi_d) - |p(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $p^*(1,810;9;3) - |p_{ap1}(\xi_d)|$, $p^*(1,978;9;2) - |p_{ap2}(\xi_d)|$ w przedziale maksymalnego błęd względnego aproksymacji.

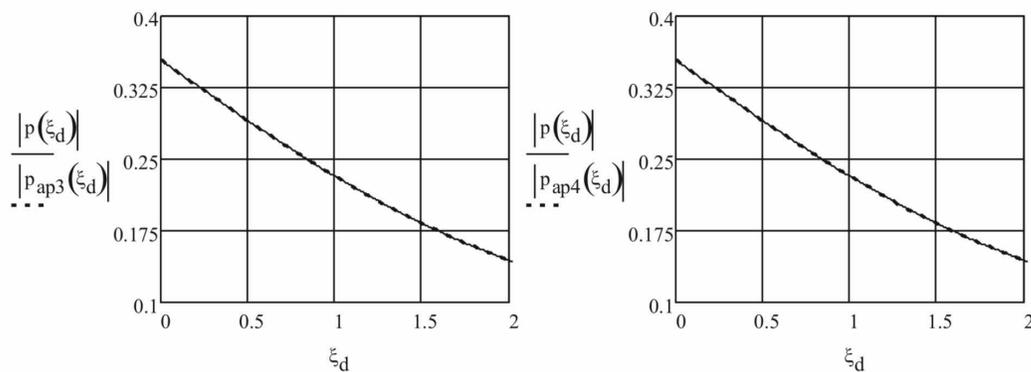


Rys. 4.4b. Porównanie modułu funkcji dokładnej $p^*(\xi_d) - |p(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $p^*(1,810;9;3) - |p_{ap1}(\xi_d)|$, $p^*(1,978;9;2) - |p_{ap2}(\xi_d)|$ w przedziale $\xi_d \in (0;2)$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

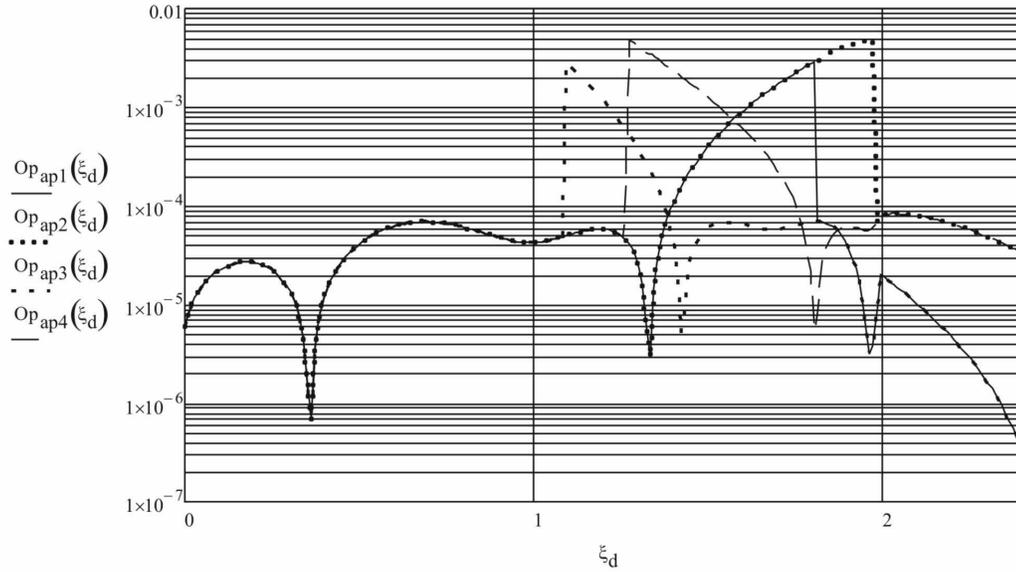


Rys. 4.4c. Porównanie modulu funkcji dokładnej $p^*(\xi_d) - |p(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $p^*(1,083;9;3) - |p_{ap3}(\xi_d)|$, $p^*(1,262;9;2) - |p_{ap4}(\xi_d)|$ w przedziale maksymalnego błędu względnego aproksymacji.

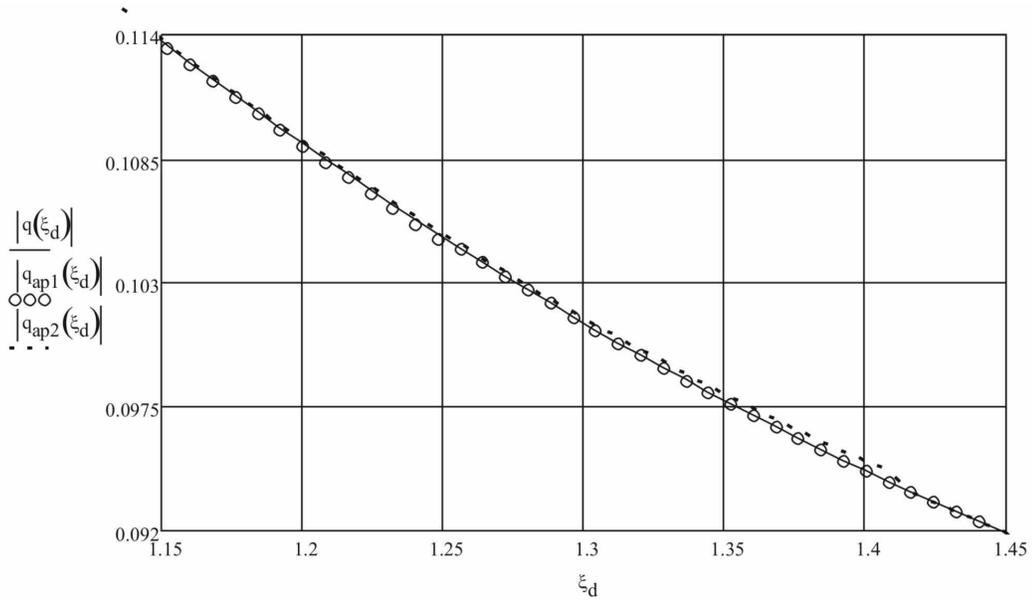


Rys. 4.4d. Porównanie modulu funkcji dokładnej $p^*(\xi_d) - |p(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $p^*(1,083;9;3) - |p_{ap3}(\xi_d)|$, $p^*(1,262;9;2) - |p_{ap4}(\xi_d)|$ w przedziale $\xi_d \in (0;2)$.

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

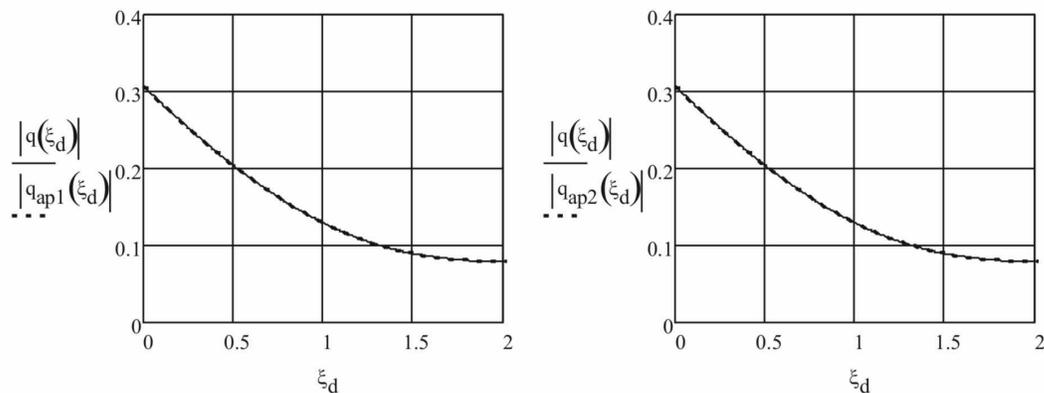


Rys. 4.4e. Wykres w skali logarytmicznej zależności błędów względnych aproksymacji funkcji $p^*(\xi_d)$ szeregami: $p^*(1,810;9;3) - Op_{ap1}(\xi_d)$, $p^*(1,978;9;2) - Op_{ap2}(\xi_d)$, $p^*(1,083;9;3) - Op_{ap3}(\xi_d)$, $p^*(1,262;9;2) - Op_{ap4}(\xi_d)$

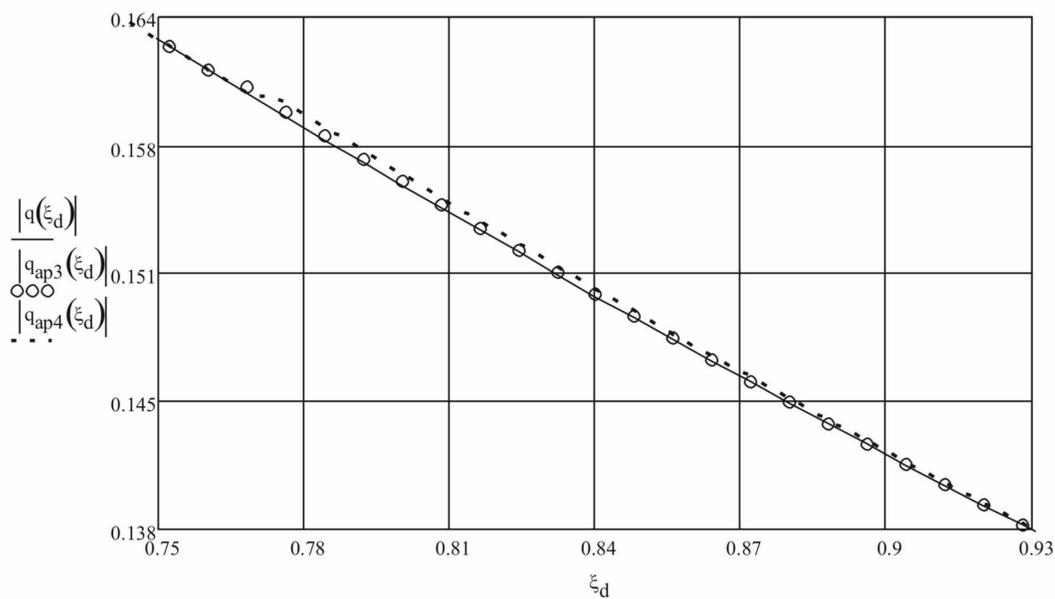


Rys. 4.4f. Porównanie modułu funkcji dokładnej $q^*(\xi_d) - q(\xi_d)$ oraz jego aproksymacji: $q^*(1,250;9;7) - q_{ap1}(\xi_d)$, $q^*(1,413;10;6) - q_{ap2}(\xi_d)$ w przedziale maksymalnego błędu względnego aproksymacji.

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

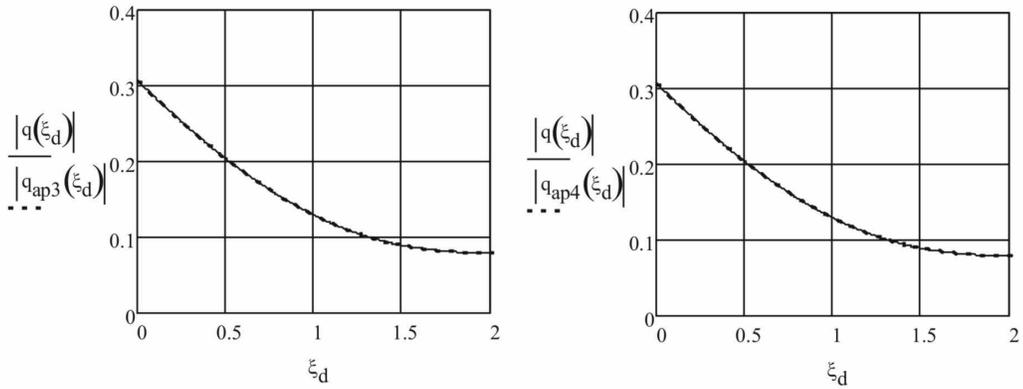


Rys. 4.4g. Porównanie modułu funkcji dokładnej $q^*(\xi_d) - |q(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $q^*(1,250;9;7) - |q_{ap1}(\xi_d)|$, $q^*(1,413;10;6) - |q_{ap2}(\xi_d)|$ w przedziale $\xi_d \in (0;2)$.



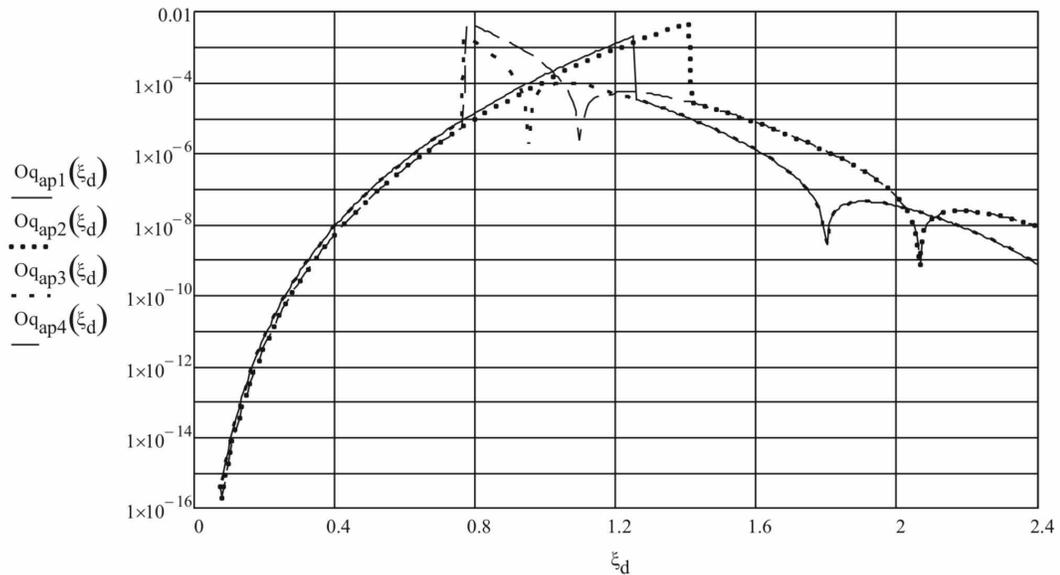
Rys. 4.4h. Porównanie modułu funkcji dokładnej $q^*(\xi_d) - |q(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji: $q^*(0,768;9;7) - |q_{ap3}(\xi_d)|$, $q^*(0,771;10;6) - |q_{ap4}(\xi_d)|$ w przedziale maksymalnego błędu względnego aproksymacji.

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym



Rys. 4.4i. Porównanie modułu funkcji dokładnej $q^*(\xi_d) - |q(\xi_d)|$ oraz jego aproksymacji:

$q^*(0,768;9;7) - |q_{ap3}(\xi_d)|$, $q^*(0,771;10;6) - |q_{ap4}(\xi_d)|$ w przedziale $\xi_d \in (0;2)$.



Rys. 4.4j. Wykres w skali logarytmicznej zależności błędów względnych aproksymacji funkcji

$q^*(\xi_d)$ szeregami: $q^*(1,250;9;7) - Oq_{ap1}(\xi_d)$, $q^*(1,413;10;6) - Oq_{ap2}(\xi_d)$, $q^*(0,768;9;7) - Oq_{ap3}(\xi_d)$, $q^*(0,771;10;6) - Oq_{ap4}(\xi_d)$

Na Rys. 4.4a-i została pokazana jakość aproksymacji funkcji rozpraszania Focka szeregami z tabel 4.3a oraz 4.3b. W tabelach zostały wyróżnione pewne aproksymacje, które optymalizują jakość aproksymacji oraz jej koszty.

Po wykonaniu aproksymacji wzoru (4.10b) z wykorzystaniem (4.22a-b) oraz (4.23a-b), wyznaczane będą następnie odpowiedniki czasowe aproksymowanej zależności (4.10b).

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Po podstawieniu (4.22) oraz (4.23) do (4.10b), (4.10b) przyjmuje dla $\xi_d < \xi_{dTh}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej odpowiednio postać wzorów:

$$T_s^{(2)}(\omega) \approx -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{12}} \sum_{n=0}^N \frac{wp_n}{n!} (j)^{\frac{n}{3}} \xi_d^n, \quad (4.26a)$$

$$T_h^{(2)}(\omega) \approx -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{12}} \sum_{n=0}^N \frac{wq_n}{n!} (j)^{\frac{n}{3}} \xi_d^n, \quad (4.26b)$$

natomiast dla $\xi_d \geq \xi_{dTh}$ (4.10b) można aproksymować wzorami:

$$T_s^{(2)}(\omega) \approx -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2\xi_d \sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Az_n \xi_d \exp(-j\frac{5\pi}{6})}}{[Ai'(Az_n)]^2} \right), \quad (4.27a)$$

$$T_h^{(2)}(\omega) \approx -m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2\xi_d \sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Apz_n \xi_d \exp(-j\frac{5\pi}{6})}}{[Ai(Apz_n)]^2 Apz_n} \right). \quad (4.27b)$$

Po podstawieniu do (4.26) oraz (4.27) zależności na $m(\omega)$ i wykorzystaniu związku między $m(\omega)$ a $\xi_d(\omega)$ oraz pogrupowaniu tych wyrażeń w czynniki zależne oraz niezależne od ω , wzór (4.26) można przedstawić w sposób następujący:

$$T_s^{(2)}(\omega) \approx -\sum_{n=0}^N A_n^p \theta^n (j\omega)^{\frac{n-1}{6}}, \quad (4.28a)$$

$$T_h^{(2)}(\omega) \approx -\sum_{n=0}^N A_n^q \theta^n (j\omega)^{\frac{n-1}{6}}, \quad (4.28b)$$

gdzie:

$$A_n^p = \frac{wp_n}{n!} \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\left(\frac{n-1}{3} \right)} R^{\frac{1}{2}}, \quad (4.28c)$$

$$A_n^q = \frac{wq_n}{n!} \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\left(\frac{n-1}{3} \right)} R^{\frac{1}{2}}, \quad (4.28c)$$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

natomiast (4.27) przekształcić do wyrażen:

$$T_s^{(2)}(\omega) \approx -\sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B_n^p(j\omega)^{-\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \quad (4.29a)$$

$$T_h^{(2)}(\omega) \approx -\sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B_n^q(j\omega)^{-\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}}, \quad (4.29b)$$

gdzie:

$$B_n^p = \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{[Ai'(Az_n)]^2}, \quad (4.29c)$$

$$\gamma_n^p = -Az_n \left(\frac{jR}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (4.29d)$$

$$B_n^q = -\left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{[Ai(Apz_n)]^2 Apz_n}, \quad (4.29e)$$

$$\gamma_n^q = -Apz_n \left(\frac{jR}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (4.29f)$$

Podsumując aktualne rozważania, należy podkreślić, że funkcje (4.28a), (4.28b), (4.29a) oraz (4.29b) są poszukiwanymi aproksymacjami wyrażenia (4.10b) dla polaryzacji miękkiej przy mniejszych i większych wartościach ξ_d - (4.28a) i (4.29a) oraz dla polaryzacji twardej przy mniejszych i większych wartościach ξ_d - (4.28b) i (4.29b).

Należy zauważyć, że składniki (4.28a-b) (4.29a-b) zależą od pulsacji ω , przy uwzględnieniu stałych zespolonych, zgodnie z wzorami:

$$F(\omega) = (j\omega)^a, \quad (4.30a)$$

$$F(\omega) = (j\omega)^b e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}}, \quad (4.30b)$$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

gdzie $a \in \left\{ -\frac{1}{6}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}, \dots \right\}$, $b = -\frac{1}{6}$ oraz $k_n^{p,q} = \gamma_n^{p,q} \cdot \theta$ są stałymi lub funkcjami

zależnymi od parametrów obiektu wypukłego, a niezależnymi od pulsacji ω .

Obecnie, zadaniem do wykonania jest znalezienie sposobu na przekształcenie funkcji (4.30) do dziedziny czasu. W rozprawie została do tego celu wykorzystana jednostronna odwrotna transformata Fouriera. Transformata ta jest opisana zależnością [66]:

$$f(t_c)^+ = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t_c} d\omega, \quad (4.31)$$

gdzie czas t_c może przyjmować wartości zespolone.

Na podstawie zależności (4.31) funkcję czasu rzeczywistego można znaleźć poprzez użycie wzoru:

$$f(t) = \operatorname{Re} \left\{ f(t_c)^+ \right\}. \quad (4.32)$$

Podstawiając w zależności (4.31) za funkcję $F(\omega)$, wyrażenia (4.30a) lub (4.30b), otrzyma się całki (4.33a) lub (4.33b). Obliczanie tych całek zostanie przedstawione w następującej części tego rozdziału.

$$f_1(t_c)^+ = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^a e^{j\omega t_c} d\omega \quad (4.33a)$$

$$f_2(t_c)^+ = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^b e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} e^{j\omega t_c} d\omega \quad (4.33b)$$

Analizując postać całki (4.33a), odpowiednim wydaje się być jej rozwiązanie przy wykorzystaniu własności $\Gamma(x)$:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz, \quad (4.34a)$$

$$\Gamma(x+1) = x \cdot \Gamma(x), \quad (4.34b)$$

$$\Gamma(x+1) = x!, \quad \text{gdzie } x - \text{liczba całkowita}. \quad (4.34c)$$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Wykorzystując (4.34) i podstawienie (4.35), rozwiązanie (4.33a) ma postać wzoru (4.36):

$$j\omega t_c = -z, \quad \frac{dz}{d\omega} = -jt_c, \quad \omega = -\frac{z}{(-jt_c)}, \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} f_1^+(t_c) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty (j\omega)^a e^{j\omega t_c} d\omega = \frac{j^a}{(-jt_c)^{a+1}} \int_0^\infty z^a e^{-z} dz = \\ &= \frac{j^a}{\pi(-jt_c)^{a+1}} \Gamma(a+1) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Aby całka (4.33b) mogła być przekształcona do postaci analogicznej do (4.36), jej wyrażenie podcałkowe musi być przekształcone. Pierwszym ze sposobów może być rozwinięcie w szereg Taylora czynnika $\exp(-k_n^{p,q} \omega^{1/3})$ wokół argumentu $\omega^{1/3}=0$:

$$\begin{aligned} e^{-k_n^{p,q} \omega^{1/3}} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m \left(e^{-k_n^{p,q} \omega^{1/3}} \right)}{\partial \left(\omega^{1/3} \right)^m} \Big|_{\omega^{1/3}=0} \frac{1}{m!} \left(\omega^{1/3} \right)^m = 1 + (-k_n^{p,q}) (j\omega)^{1/3} + \frac{(-k_n^{p,q})^2 \left(\omega^{1/3} \right)^2}{2} + \dots \\ &+ \frac{(-k_n^{p,q})^3 \left(\omega^{1/3} \right)^3}{6} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-k_n^{p,q})^m}{m!} \omega^{m/3} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Gdy rozwinięta postać czynnika $\exp(-k_n^{p,q} \omega^{1/3})$ podstawiona zostanie do (4.33b) przy jednoczesnym zastosowaniu (4.35), zależność (4.33b) można przekształcić do postaci:

$$\begin{aligned} f_{2>}^+(t_c) &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-k_n^{p,q})^m \cdot j^b}{m! (-jt_c)^{b+m/3+1}} \int_0^\infty z^{b+m/3} e^{-z} dz = \\ &= \frac{j^b}{(-jt_c)^{b+1}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (-j)^{m/3}} \left(\frac{(k_n^{p,q})^3}{t_c} \right)^{m/3} \Gamma \left[\frac{1}{3} (3b + m + 3) \right] \end{aligned} \quad (4.38)$$

Zbieżność wyrażenia (4.38) do (4.33b) jest ograniczona z dołu względem czynnika $TH_n = |t_c / (k_n^{p,q})^3|$. Dla mniejszych wartości TH_n szereg w (4.38) jest rozbieżny.

W celu wyznaczenia analogicznego szeregu dla mniejszych wartości TH_n , rozwiązaniem mogłoby być rozwinięcie wyrażenia $\exp(j\omega t_c)$ w szereg Taylora wokół argumentu $\omega=0$:

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

$$e^{j\omega t} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^m (e^{j\omega t_c})}{\partial \omega^m} \Big|_{\omega=0} \frac{1}{m!} \omega^m = 1 + (jt_c)\omega + \frac{(jt_c)^2 \omega^2}{2} + \frac{(jt_c)^3 \omega^3}{6} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jt_c)^n}{n!} \omega^n. \quad (4.39a)$$

Poprzez podstawienie wyrażenia (4.39) do (4.33b) powstaje zależność:

$$f_2^+(t_c) = \frac{j^b}{\pi} \int_0^{\infty} \omega^b e^{k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jt_c)^n}{n!} \omega^n d\omega = \frac{j^b}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(jt_c)^n}{n!} \int_0^{\infty} \omega^{(b+n)} e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} d\omega. \quad (4.39b)$$

Przy zastosowaniu (4.39c) wyrażenie (4.38) przyjmuje postać (4.40).

$$k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}} = z, \quad \frac{dz}{d\omega} = \frac{1}{3} k_n^{p,q} \omega^{-\frac{2}{3}}, \quad \omega = \left(\frac{z}{k_n^{p,q}} \right)^3. \quad (4.39c)$$

$$\begin{aligned} f_{20}^+(t_c) &= \frac{3j^b}{k_n^{p,q} \pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(jt_c)^m}{m! (k_n^{p,q})^{3b+3m+2}} \int_0^{\infty} z^{3b+3m+2} e^{-z} dz = \\ &= \frac{3j^b}{(k_n^{p,q})^{3(b+1)} \pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(j)^m}{m!} \left(\frac{t_c}{(k_n^{p,q})^3} \right)^m \Gamma[3(b+m+1)] \end{aligned} \quad (4.40)$$

Szereg (4.40) jest szybko zbieżny dla małych wartości TH_n . Jednak obliczenia numeryczne pokazały, że po podstawieniu w (4.40) wartości $-1/6$ za stałą b , część rzeczywista z (4.40) ma wartość 0 dla każdego TH_n z przedziału zbieżności szeregu w (4.40). Wynik ten jest zgodny z rezultatem uzyskanym w [67]. Jednak nie jest to wynik wystarczająco dokładny, ponieważ obliczenia numeryczne pokazały, że wartość rzeczywista całki (4.33b) dla TH_n z przedziału zbieżności (4.40) nie musi być bliska 0 i osiąga wartości rzędu 10^3 . Powodem tego, że część rzeczywista (4.40) nie aproksymuje części rzeczywistej (4.33b) jest to, że błędnym jest zastosowanie rozwinięcia czynnika $\exp(j\omega t_c)$ w szereg Taylora wokół argumentu $\omega=0$, co jest równoznaczne rozwinięciu funkcji $\sin(\omega t_c)$ oraz $\cos(\omega t_c)$ wokół $\omega=0$. Szeregi Taylora funkcji $\sin(x)$ oraz $\cos(x)$ dla większych argumentów x nie są zbieżne, co powoduje, że dla dużych wartości ωt_c (przy bardzo dużych wartościach ω , $\omega \rightarrow \infty$) czynnik $\exp(j\omega t_c)$ w całce (4.33b) jest rozwijany błędnie, co skutkuje niedokładną aproksymacją całki (4.33b). W pracy [67] zostało wyprowadzone rozwiązanie całki (4.33b) dla przedziału wartości pośrednich TH_n (większych oraz mniejszych od wartości TH_n z przedziału zbieżności szeregu w odpowiednio (4.38) oraz (4.40) przy ustalonym przez autora [67] poziomie maksymalnego błędu aproksymacji). Jednak postać tego rozwiązania jest zbyt skomplikowana, aby

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

wykorzystać ją dla celów maksymalizacji efektywności obliczeń numerycznych oraz późniejszego wyznaczenia prostszej postaci współczynnika dyfrakcji na wielu obiektach wypukłych. Z tego względu w rozprawie zostanie przedstawiona inna metoda wyznaczenia (4.33b) dla mniejszych wartości TH_n . Zostanie ona przedstawiona w dalszej części tego rozdziału.

Podsumowując, całki (4.33a) oraz (4.33b) zostały przekształcone do zależności (4.36) oraz (4.38). Aby na podstawie (4.38) wyznaczyć szukaną funkcję czasu rzeczywistego należy wyznaczyć część rzeczywistą (4.38).

Następnym pytaniem, na które szukano odpowiedzi w procesie badań było pytanie, kiedy do aproksymacji zależności (4.33b) może być wykorzystywane wyrażenie (4.38). Aby odpowiedzieć na te pytanie przeprowadzone zostały badania, których szczegóły i wyniki są poniżej przedstawione.

W celu zbadania jakości aproksymacji wyrażenia (4.33b) szeregiem (4.38), dokonano analizy błędu aproksymacji części rzeczywistej wyrażenia (4.33b) przez część rzeczywistą zależności (4.38). Zmiennymi parametrami tego porównania są wartość argumentu $TH_n = |t_c / (k_n^{p,q})^3|$ oraz liczba M – ilość użytych wyrazów szeregu powiększona o 1. Wyniki przeprowadzonych badań są przedstawione w postaci zależności błędu minimalnej wartości TH_n (oznaczonej jako TH_{min}), dla której przy danej wartości M , względny błąd aproksymacji nie przekracza ustalonej wartości. Przy prezentacji wyników badań poziom błędu został ustalony na 0,1%, 0,2%, 0,3% oraz 0,5%. Zestawienie wyników badań jest przedstawione w tabelach 4.4a do 4.4d oraz zilustrowane na Rys. 4.5 oraz Rys. 4.6.

Tabela 4.4a. Zależność TH_{min} od M przy dopuszczalnym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji równym 0,1%

M	5	6	7	8	9	10	11	12
TH_{min}	1,399152	0,5300339	0,4389841	0,2404914	0,138468	0,1305264	0,0897995	0,0563032
M	13	14	15	16	17	18	19	20
TH_{min}	0,0594337	0,0445241	0,0311861	0,032158	0,0260349	0,0196474	0,020343	0,0171362
M	21	22	23	24	25	26	27	28
TH_{min}	0,0135191	0,0140013	0,0121094	0,0098548	0,0101999	0,0090011	0,0075014	0,0077565
M	29	30	31	32	33	34	35	36
TH_{min}	0,0069492	0,0059014	0,0060947	0,0055252	0,0047643	0,0049144	0,0044982	0,0039287
M	37	38	39	40	41	42	43	44

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Tabela 4.4a (c. d.)

TH _{min}	0,0040451	0,0037321	0,0032944	0,0033884	0,0031459	0,0028022	0,0028799	0,0026873
M	45	46	47	48	49	50	51	52
TH _{min}	0,0024123	0,0024781	0,002322	0,0020984	0,0021555	0,0020257	0,0018413	0,0018927
M	53	54	55	56	57	58	59	60
TH _{min}	0,0017822	0,0016281	0,0016758	0,0015795	0,0014492	0,0014953	0,0014082	0,0012971
M	61	62	63	64	65	66	67	68
TH _{min}	0,0013442	0,0012623	0,0011673	0,0012167	0,0011362	0,0010551	0,0011112	0,0010261

Tabela 4.4b. Zależność TH_{min} od M przy dopuszczalnym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji równym 0,2%

M	5	6	7	8	9	10	11	12
TH _{min}	0,9999387	0,3899164	0,3501619	0,1957327	0,1075052	0,1086227	0,0758751	0,0491492
M	13	14	15	16	17	18	19	20
TH _{min}	0,050431	0,0385388	0,0278483	0,0289613	0,0236162	0,0178859	0,0186436	0,0157725
M	21	22	23	24	25	26	27	28
TH _{min}	0,0124651	0,0129696	0,0112696	0,0091825	0,0095386	0,0084481	0,0070475	0,0073066
M	29	30	31	32	33	34	35	36
TH _{min}	0,006566	0,0055805	0,0057748	0,005249	0,00453	0,0046789	0,0042925	0,0037507
M	37	38	39	40	41	42	43	44
TH _{min}	0,0038671	0,003575	0,0031571	0,0032502	0,0030233	0,0026943	0,0027702	0,00259
M	45	46	47	48	49	50	51	52
TH _{min}	0,0023262	0,0023895	0,0022436	0,0020287	0,0020825	0,0019622	0,0017845	0,0018314
M	53	54	55	56	57	58	59	60
TH _{min}	0,0017301	0,0015817	0,0016237	0,0015368	0,001411	0,0014502	0,0013732	0,001266
M	61	62	63	64	65	66	67	68
TH _{min}	0,0013038	0,001234	0,001142	0,0011797	0,0011142	0,0010347	0,0010717	0,0010114

Tabela 4.4c. Zależność TH_{min} od M przy dopuszczalnym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji równym 0,3%

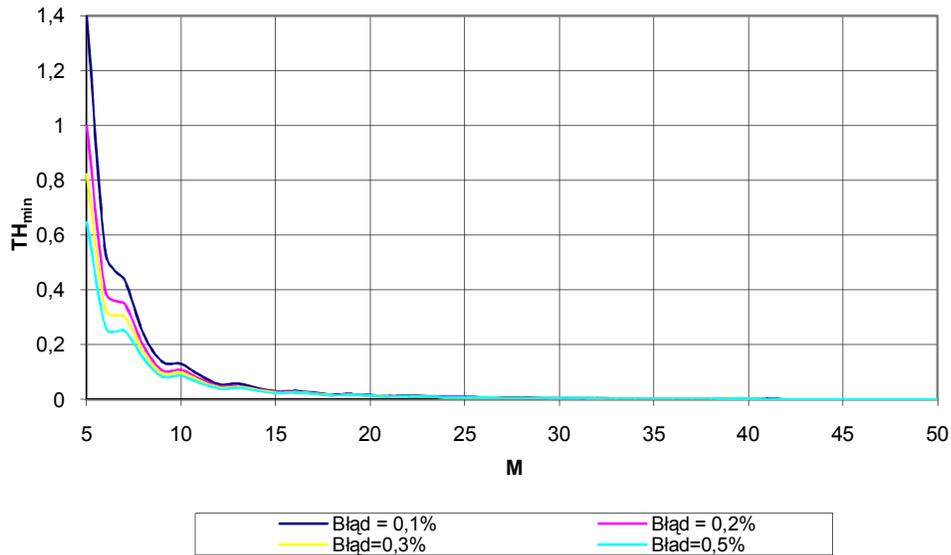
M	5	6	7	8	9	10	11	12
TH _{min}	0,8235136	0,3267883	0,3039202	0,1750899	0,0956405	0,0984052	0,0686657	0,0449315
M	13	14	15	16	17	18	19	20
TH _{min}	0,0474278	0,0364326	0,0260416	0,0272219	0,0223088	0,0169245	0,0176988	0,0150299
M	21	22	23	24	25	26	27	28
TH _{min}	0,0118893	0,0124055	0,0108075	0,0088122	0,0091733	0,0081414	0,0067956	0,0070569
M	29	30	31	32	33	34	35	36
TH _{min}	0,0063523	0,0054016	0,0055966	0,0050943	0,004398	0,0045466	0,0041766	0,0036507
M	37	38	39	40	41	42	43	44
TH _{min}	0,0037671	0,0034862	0,0030794	0,0031725	0,0029539	0,002633	0,0027084	0,0025347
M	45	46	47	48	49	50	51	52
TH _{min}	0,0022768	0,0023396	0,0021989	0,0019887	0,0020416	0,0019257	0,0017517	0,0017971
M	53	54	55	56	57	58	59	60
TH _{min}	0,0017001	0,0015544	0,0015946	0,0015117	0,0013886	0,0014249	0,0013524	0,0012474
M	61	62	63	64	65	66	67	68
TH _{min}	0,0012819	0,0012169	0,0011263	0,0011596	0,0011003	0,0010211	0,0010539	0,0009988

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Tabela 4.4d. Zależność TH_{min} od M przy dopuszczalnym maksymalnym względnym błędzie aproksymacji równym 0,5%

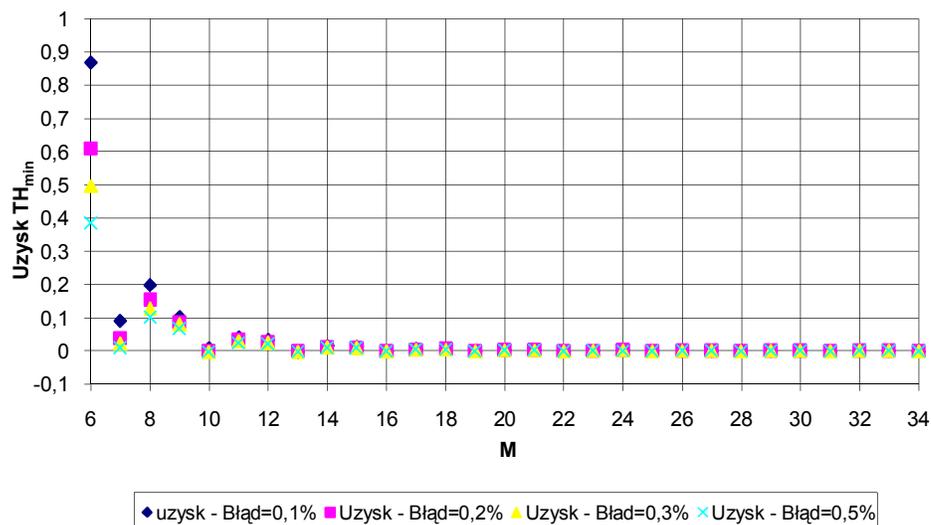
M	5	6	7	8	9	10	11	12
TH_{min}	0,647734	0,2626789	0,2527624	0,1506683	0,083862	0,0866423	0,0614766	0,0404475
M	13	14	15	16	17	18	19	20
TH_{min}	0,0427416	0,0333001	0,0239264	0,025208	0,0207528	0,0157876	0,0165852	0,0141474
M	21	22	23	24	25	26	27	28
TH_{min}	0,0112039	0,011733	0,0102543	0,0083687	0,0087353	0,0077724	0,0064918	0,0067559
M	29	30	31	32	33	34	35	36
TH_{min}	0,006094	0,0051844	0,0053807	0,0049062	0,0042374	0,0043868	0,0040354	0,0035289
M	37	38	39	40	41	42	43	44
TH_{min}	0,0036453	0,0033777	0,0029846	0,0030774	0,0028687	0,0025578	0,002633	0,0024667
M	45	46	47	48	49	50	51	52
TH_{min}	0,0022165	0,0022783	0,0021438	0,0019393	0,0019912	0,0018803	0,001711	0,0017554
M	53	54	55	56	57	58	59	60
TH_{min}	0,0016626	0,0015207	0,0015591	0,0014805	0,0013603	0,0013946	0,0013263	0,0012238
M	61	62	63	64	65	66	67	68
TH_{min}	0,0012551	0,0011951	0,0011067	0,0011365	0,0010816	0,0010052	0,001034	0,0009834

$TH_{min}(M)$ przy Błąd=const



Rys. 4.5. Zależność minimalnej dopuszczalnej wartości TH_{min} od ilości użytych wyrazów w (4.38) przy ustalonym maksymalnym dopuszczalnym błędzie aproksymacji (4.33b) równym 0,1 %, 0,2%, 0,3% oraz 0,5%.

Uzysk(M) przy Bład=const.



Rys. 4.5. Zależność wartości funkcji $Uzysk(M) = TH_{min}(M) - TH_{min}(M-1)$ od M przy ustalonym maksymalnym dopuszczalnym błędzie aproksymacji (4.33b) równym 0,1 %, 0,2%, 0,3% oraz 0,5%.

Na podstawie zestawionych powyżej wyników, można wywnioskować, że przy 69 wyrazach szeregu w (4.38) minimalna dopuszczalna wartość argumentu TH_n , przy zachowaniu przyjętego względnego błędu aproksymacji części rzeczywistej (4.33b), wynosi około 0,001. Drugi wniosek, który można wyciągnąć, jest taki, że nie jest opłacalne dodawanie kolejnych wyrazów szeregu (4.38) przy $M \approx 10$, w celu zmniejszania minimalnej wartości TH_n , dla której (4.38) będzie aproksymować z dopuszczalnym błędem (4.33b). Różnica między wartościami TH_{min} przy M i $M-1$ jest mało znacząca dla $M \approx 10$ i większych M .

W następującej części tego rozdziału zostanie przedstawiona procedura wyznaczenia aproksymacji (4.33b) dla mniejszych TH_n .

Na początku dokonano spostrzeżenia, że dla większych wartości TH_n , część rzeczywista (4.33b) może być aproksymowana przez funkcję:

$$ur_{A_>}(t, R, \theta) = t^{-(b+1)} \cdot R_>(TH_n). \quad (4.41)$$

Mając powyższe na uwadze, postawiono tezę, że nie tylko dla większych, ale dla wszystkich wartości TH_n , można aproksymować część rzeczywistą (4.33b) funkcją (4.42) o podobnej postaci do (4.41):

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

$$ur_A(t, R, \theta) = t^{-(b+1)} \cdot R_T(TH_n), \quad (4.42)$$

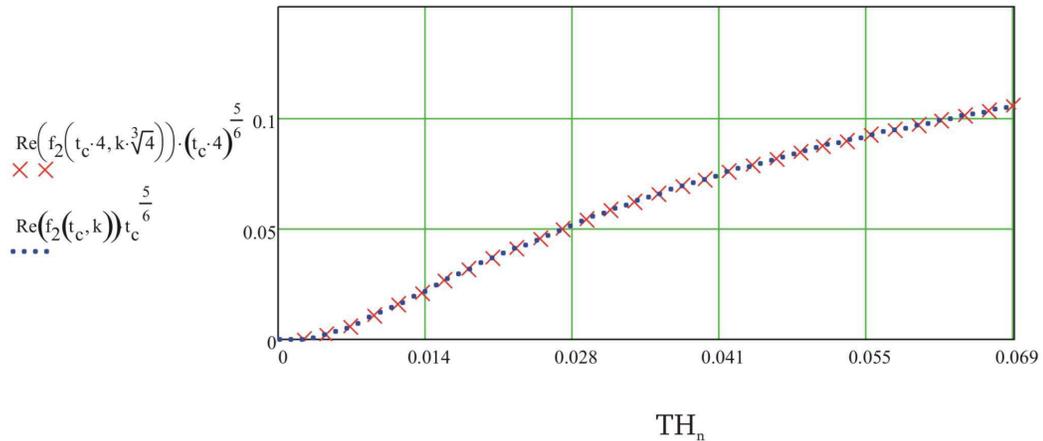
gdzie $R_T(TH_n)$ pokrywa się z $R_{>}(TH_n)$ dla większych wartości TH_n .

Sprawdzenie postawionej tezy zostało przeprowadzone poprzez symulacje numeryczne. Polegały one na weryfikacji, czy funkcja (4.43) jest zależna tylko od argumentu TH_n tzn, czy przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, funkcje $R_T(t, k_n^{p,q})$ pokrywają się.

$$R_T(t, k_n^{p,q}) = t^{(b+1)} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^b e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} e^{j\omega t_c} d\omega \right\} \quad (4.43)$$

W badaniach za stałą b we wzorze (4.43) została podstawiona wartość $-1/6$ (zgodnie ze wzorami (4.29a-b)). Badania zostały przeprowadzone dla wielu różnych wartości $k_n^{p,q}$. Część z otrzymanych wyników z przeprowadzonych symulacji została zamieszczona na Rys. 4.6 oraz Rys. 4.7. Na Rys. 4.6 zestawione są funkcje $R_T(t, k_n^{p,q})$ powstałe z pomnożenia funkcji $\operatorname{Re} \{ f_2^+(t_c, k_n^{p,q}) \}$ przez argument czasu, podniesiony do potęgi $5/6$. W jednej z tych funkcji argument czasu należy do zbioru $\langle 5ps, 3ns \rangle$, a wartość $k_n^{p,q} = k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$.

Zależność funkcji $R_T(t, k_n^{p,q})$ od TH_n dla różnych wartości $k_n^{p,q}$



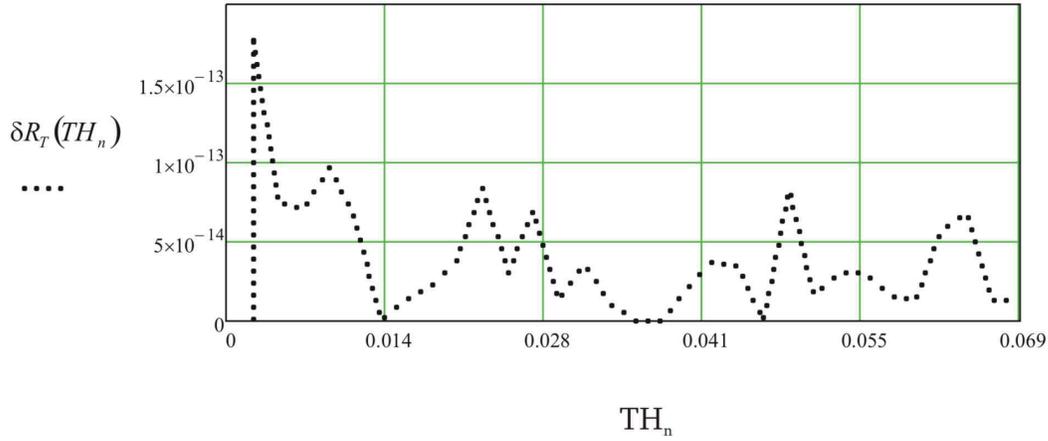
Rys. 4.6. Zależność funkcji $R_T(t, k_n^{p,q})$ od argumentu TH_n przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$:

$k_n^{p,q} = k$ (linia przerywana), $k_n^{p,q} = k \cdot 4^{1/3}$ (symbol - krzyżyk), gdzie $k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$ przy

$$t_c \in \langle 5ps, 3ns \rangle$$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

Względna rozbieżność między funkcjami $R_T(t, k_n^{p,q})$ dla różnych wartości $k_n^{p,q}$ w zależności od wartości TH_n



Rys. 4.7. Procentowa rozbieżność między funkcjami $R_T(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$ w funkcji argumentu TH_n

Natomiast w drugiej funkcji wartość $k_n^{p,q}$ została zwiększona $4^{1/3}$ razy przy jednoczesnej zmianie zakresu argumentu czasu do zbioru $\langle 20ps, 12ns \rangle$. Rysunek 4.7 przedstawia rozbieżność procentową między funkcjami z Rys. 4.6. Otrzymane względne odchylenie między funkcjami jest na poziomie poniżej $2 \cdot 10^{-13}\%$. Można stwierdzić, że błąd ten jest pochodną błędów obliczeń numerycznych programu, wykorzystanego w symulacjach obliczeniowych. Rysunki 4.6 oraz 4.7 pokazują, że funkcje $R_T(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, pokrywają się. Wynika z tego, że funkcja $R_T(t, k_n^{p,q})$ zależy jedynie od argumentu TH_n , a jej kształt dla $b=-1/6$ jest pokazany na Rys. 4.6. Na podstawie powyższego, szukana postać aproksymacji $\text{Re}\{f_2^+(t_c, k_n^{p,q})\}$ dla stałej $b=-1/6$ można opisać wzorem:

$$\text{Re}\{f_2^+(t_c, k_n^{p,q})\} \approx t^{-\frac{5}{6}} \cdot R_T(TH_n). \quad (4.44)$$

Podsumowując szukana część rzeczywista zależności (4.33b) została aproksymowana na dwa sposoby. Pierwszym z nich jest wykorzystanie szeregu (4.38). Jego wadą jest to, że aproksymacja ta może być używana dla ograniczonego zbioru wartości argumentu TH_n . Jednak może być ona wystarczająca w numerycznych obliczeniach

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

odpowiedzi kanału (zawierającego obiekt wypukły) na impuls UWB. Jest tak w przypadkach, gdy z interesujących nas próbek odpowiedzi impulsowej kanału tylko znikoma ich liczba przypada na przedział argumentu TH_n , dla których szereg (4.38) jest rozbieżny. Drugim ze sposobów aproksymacji części rzeczywistej (4.33b) jest wykorzystanie funkcji (4.44), która może być używana dla dowolnego TH_n . Jednak jeden z jej czynników musi interpolowany lub aproksymowany względem argumentu TH_n .

Po wyznaczeniu aproksymacji części rzeczywistych zależności (4.33a) oraz (4.33b), można teraz przedstawić odpowiedniki czasowe wyrażenia (4.10b) dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy mniejszych i większych wartościach argumentu ξ_d . W tym celu zostaną pokazane odpowiedniki czasowe zależności (4.28a), (4.28b), (4.29a) oraz (4.29b). Poprzez wykorzystanie wzorów (4.33a) i (4.36) można przetransformować wyrażenia (4.28a) oraz (4.28b) do dziedziny czasu odpowiednio do postaci zależności (4.45a) oraz (4.45b). Wykorzystując natomiast zależności (4.33a), (4.33b), (4.38) i (4.44), odpowiedniki czasowe wyrażeń (4.29a) oraz (4.29b) można określić poprzez wzory odpowiednio (4.46a) oraz (4.46b):

$$h_{s<}^{(2)}(t) \approx \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=0}^N A_n^p \theta^n \frac{j^{\frac{n-1}{3} + \frac{5}{6}}}{(-jt_c)^{\frac{n-5}{3} + \frac{5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\}, \quad (4.45a)$$

$$h_{h<}^{(2)}(t) \approx \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=0}^N A_n^q \theta^n \frac{j^{\frac{n-1}{3} + \frac{5}{6}}}{(-jt_c)^{\frac{n-5}{3} + \frac{5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\}, \quad (4.45b)$$

$$h_{s>}^{(2)}(t) \approx h_{s>1}^{(2)}(t) + h_{s>2}^{(2)}(t), \quad (4.46a)$$

$$h_{h>}^{(2)}(t) \approx h_{h>1}^{(2)}(t) + h_{h>2}^{(2)}(t), \quad (4.46b)$$

gdzie:

$$h_{s>1}^{(2)}(t) = h_{h>1}^{(2)}(t) \approx \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ - \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{j^{\frac{1}{2}}}{(-jt_c)^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \right\}, \quad (4.47a)$$

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

$$h_{s>2}^{(2)}(t) \approx \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{B_n^p j^{\frac{1}{6}}}{(-jt_c)^{b+1}} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m}{m!(-j)^{\frac{m}{3}}} \left(\frac{(\gamma_n^p \theta)^3}{t_c} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma \left[\frac{1}{3}(3b+m+3) \right] \right\} & \text{dla } \left| \frac{t_c}{(\gamma_n^p \theta)^3} \right| \geq TH_{\min}, \quad (4.47b) \\ \sum_{n=0}^N B_n^p \cdot t^{\frac{5}{6}} \cdot R_T(TH_n) & \text{dla } \left| \frac{t_c}{(\gamma_n^p \theta)^3} \right| \in R^+ \cup \{0\} \end{cases}$$

$$h_{h>2}^{(2)}(t) \approx \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{B_n^q j^{\frac{1}{6}}}{(-jt_c)^{b+1}} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m}{m!(-j)^{\frac{m}{3}}} \left(\frac{(\gamma_n^q \theta)^3}{t_c} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma \left[\frac{1}{3}(3b+m+3) \right] \right\} & \text{dla } \left| \frac{t_c}{(\gamma_n^q \theta)^3} \right| \geq TH_{\min}, \quad (4.47c) \\ \sum_{n=0}^N B_n^q \cdot t^{\frac{5}{6}} \cdot R_T(TH_n) & \text{dla } \left| \frac{t_c}{(\gamma_n^q \theta)^3} \right| \in R^+ \cup \{0\} \end{cases}$$

gdzie TH_{\min} jest wyznaczona przy $n=N$ (najmniejsze wartości TH_n są dla $n=N$, tabela 4.1 i 4.2, wzory (4.29d) i (4.29f)), a N może należeć do zbioru $\{2,3,4\}$ (tabela 4.3a i 4.3b).

Mając zależności (4.45), (4.46) i wyznaczony wcześniej odpowiednik czasowy składnika transmitancji kanału, zawierającego funkcję strefy przejściowej – (4.17), można ostatecznie przedstawić zależność na odpowiedź impulsową pojedynczej przeszkody wypukłej dla polaryzacji miękkiej oraz twardej w przypadku transmisji UWB w paśmie podstawowym ($\xi_d \leq \xi_{\text{dth}}$) oraz przy wykorzystaniu nośnej ($\xi_d > \xi_{\text{dth}}$). W przypadku transmisji w paśmie podstawowym odpowiedź impulsowa kanału dana jest wzorem (4.48a) oraz (4.48b) dla przypadku odpowiednio polaryzacji miękkiej oraz twardej. Analogiczne zależności dla przypadku transmisji z wykorzystaniem nośnej są pokazane wzorami (4.49a) oraz (4.49b):

$$h_{s<}(t) \approx h^{(1)}(t) + h_{s<}^{(2)}(t), \quad (4.48a)$$

$$h_{h<}(t) \approx h^{(1)}(t) + h_{h<}^{(2)}(t), \quad (4.48b)$$

$$h_{s>}(t) \approx h^{(1)}(t) + h_{s>}^{(2)}(t), \quad (4.49a)$$

$$h_{h>}(t) \approx h^{(1)}(t) + h_{h>}^{(2)}(t), \quad (4.49b)$$

gdzie:

$$h^{(1)}(t) = L^{-1} [T^{(1)}(s)] = \frac{X}{\pi \theta_w \sqrt{2v_p t} \left(t + \frac{X}{v_p} \right)}, \quad (4.50a)$$

$$X = \frac{L_d \theta^2}{2}. \quad (4.50b)$$

Zależności (4.21) oraz (4.48-4.50) są głównym wynikiem przedstawionym w tym rozdziale. Weryfikacja numeryczna tych wyrażeń dla zestawu przykładowych zestawów sygnałów UWB doznających dyfrakcji na przeszkodach wypukłych zostanie zaprezentowana w rozdziale 6 rozprawy. Końcowe wyniki przedstawione w tym rozdziale, zostały częściowo opublikowane w [22] oraz [26].

4.4. Podsumowanie

W rozdziale przedstawione zostały dwie autorskie metody wyznaczenia odpowiedzi impulsowej pojedynczej przeszkody wypukłej. Pierwsza z nich jest metodą analityczno-numeryczną, której wykorzystanie prowadzi do odpowiedzi impulsowej (4.21). Natomiast druga z metod jest metodą analityczną, dzięki której otrzymano odpowiedź impulsową przeszkody wypukłej, opisaną wzorami (4.48-4.50).

Częścią wspólną obydwu metod jest to, że polegały one na przetransformowaniu transmitancji przeszkody wypukłej, danej wzorem (4.4b), do dziedzinie czasu. W tym celu transmitancja (4.4b) została podzielona na składniki (4.10a) oraz (4.10b). Przy obydwu metodach składnik (4.10a), zawierający funkcję strefy przejściowej $F(X_d)$, został przetransformowany do dziedzinie czasu, przy wykorzystaniu odpowiednich przekształceń oraz odwrotnej transformaty Laplace'a, (4.18). Różnica w metodach pojawia się przy retransformacji składnika (4.10b), zawierającego funkcję rozpraszania Focka. Metoda analityczno-numeryczna wykorzystuje algorytm „vector fitting” do aproksymacji (4.10b) za pomocą funkcji wymiernej, danej zależnością (4.9), która następnie może być przekształcona do dziedzinie czasu poprzez wykorzystanie prostych retransformacji Laplace'a. Wyniki aproksymacji (4.10b) przy wykorzystaniu algorytmu „vector fitting” zostały zamieszczone na Rys. 4.3e-f. Parametry funkcji (4.9), tzn. wartości biegunów oraz residuów, są przypisane do konkretnego scenariusza kanału. Z tego względu, przy każdym nowym scenariuszu, algorytm „vector fitting” musi być egzekwowany na nowo. Może to skutkować znaczącym czasem obliczania próbek odpowiedzi impulsowej przeszkody.

W metodzie analitycznej wykorzystana jest natomiast aproksymacja funkcji rozpraszania Focka szeregami Logana (dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$), (4.22b) i (4.23b) oraz Kellera (dla $\xi_d > \xi_{dth}$), (4.22a) i (4.23a). Wyniki aproksymacji funkcji rozpraszania Focka za pomocą

4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

szeregów Logana i Kellera zestawione są w tabelach 4.3a oraz 4.3b. Postacie tych szeregów są niezależne od scenariusza kanału, co sprawia, że metoda analityczna prowadzi do otrzymania ogólnej odpowiedzi impulsowej przeszkody wypukłej w sposób następujący.

Aproksymowana postać (4.10b) zostaje retransformowana do dziedziny czasu poprzez wykorzystanie jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera (4.31). W tym celu zostają określone charaktery zależności, aproksymowanych postaci (4.10b) od ω . W przypadku aproksymacji szeregiem Logana, charakter ten określa funkcja (4.30a), natomiast przy aproksymacji szeregiem Kellera, charakter zmienności składników (4.10b), opisują zarówno (4.30a), jak i (4.30b). W celu wyznaczenia jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera z aproksymowanych postaci (4.10b), rozwiązane zostały całki (4.33a-b). Rozwiązanie całki (4.33a) prowadzące do wyznaczenia postaci czasowej (4.30a), zostało wykonane w sposób dokładny. Z tego względu odpowiednik czasowy aproksymowanej funkcji (4.10b), przy warunku $\xi_d \leq \xi_{dth}$, wyznaczony został dokładnie. Natomiast rozwiązanie całki (4.33b) doprowadziło do szeregu danego wzorem (4.38), który okazał się rozbieżny z (4.33b) dla małych wartości argumentu $TH_n = |t_c / (k_n^{p,q})^3|$. Chociaż wykorzystanie (4.38) prowadzi do postaci odpowiedzi impulsowej przeszkody, która jest niedokładna dla $TH_n < TH_{min}$, to może być ona wykorzystywana w przypadkach gdy znikoma ilość próbek odpowiedzi impulsowej przypada na przedział $TH_n < TH_{min}$ (tabele 4.4a-d). W tych sytuacjach wartości próbek odpowiedzi impulsowej dla przedziału $TH_n < TH_{min}$, mogą być wyznaczone np. na zasadzie interpolacji. W ten sposób przy warunku $\xi_d > \xi_{dth}$ została wyznaczona pierwsza postać odpowiedzi impulsowej przeszkody wypukłej dla przypadku transmisji impulsu UWB z wykorzystaniem nośnej. Analogiczna postać odpowiedzi impulsowej została wyprowadzona dla $TH_n \geq 0$. W tym celu postawiono tezę, że odpowiednik czasowy (4.10b) dla $TH_n < TH_{min}$ musi mieć podobną formę, jak dla przedziału $TH_n \geq TH_{min}$. Postawienie tej tezy wynika z warunku ciągłości odpowiednika czasowego (4.10b), dla każdego TH_n . Treścią tezy jest to, że składniki odpowiednika czasowego (4.10b) muszą być iloczynem funkcji t^w ($w=-5/6$) oraz funkcji zależnej tylko od TH_n dla wszystkich $TH_n \geq 0$, jeśli dla $TH_n \geq TH_{min}$ są one iloczynem t^w oraz funkcji zależnej tylko od TH_n . Tak sformułowana teza została potwierdzona przez wyniki przeprowadzonych symulacji numerycznych, pokazanych na Rys. 4.6 oraz Rys. 4.7. W ten sposób została opracowana odpowiedź impulsowa przeszkody wypukłej dla przypadku transmisji UWB z wykorzystaniem

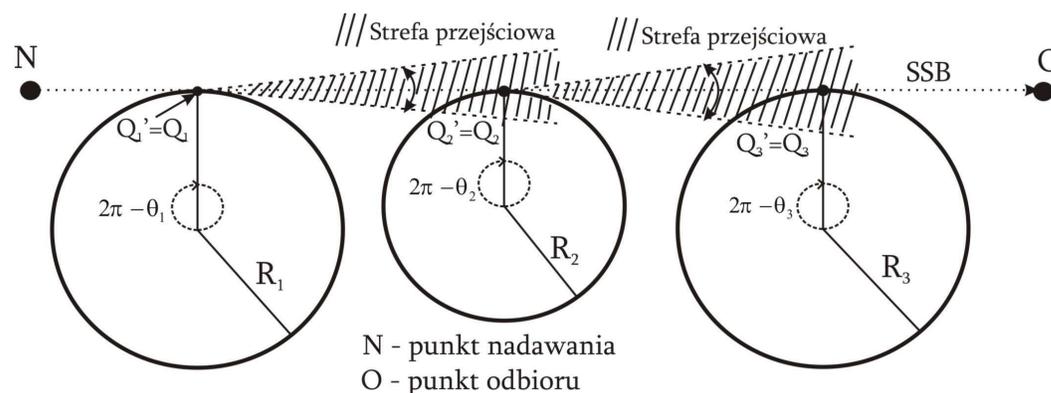
4. Dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym

nośnej dla $TH_n \geq 0$. Ma ona postać szeregu, którego wyrazy są iloczynem stałej zależnej od scenariusza kanału, funkcji t^w oraz funkcji zależnej tylko od argumentu TH_n , oznaczonej jako $R_T(TH_n)$, która pokazana jest na Rys. 4.6. W ten sposób poprzez wykorzystanie metody analitycznej, otrzymana została jedna postać odpowiedzi impulsowej przeszkody dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ oraz dwie postacie odpowiedzi impulsowych przy warunku $\xi_d > \xi_{dth}$, dla przypadków $TH_n \geq TH_{min}$ oraz $TH_n \geq 0$.

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

W poprzednim rozdziale została przedstawiona procedura prowadząca do wyznaczenia odpowiedzi impulsowej kanału z pojedynczą przeszkodą wypukłą, na której sygnał UWB doznaje dyfrakcji. Pojedyncza przeszkoda wypukła to taki obiekt, który jest wyizolowany od innych przeszkód, tzn., że jego strefa przejściowa nie jest „zakłócana” przez inne przeszkody.

W tym rozdziale zostanie opracowany model czasowy (odpowiedź impulsowa) kanału z kaskadą przeszkód wypukłych między anteną nadawczą oraz odbiorczą. W tym scenariuszu w strefie przejściowej jednej przeszkody, znajduje się następna przeszkoda, co jest zilustrowane na Rys. 5.1, na przykładzie kaskady trzech przeszkód wypukłych przy scenariuszu dyfrakcji stycznej ($\theta_1=\theta_2=\theta_3=0$). Stefa przejściowa jest obszarem, dla którego argument funkcji strefy przejściowej $X_d \leq 1$ (wzór (4.7)). W rozdziale zostanie przedstawiona analityczna metoda wyznaczenia odpowiedzi impulsowej kanału z kaskadą przeszkód wypukłych, która będzie analogiczna do rozważań zaprezentowanych w podpunkcie 4.2. Sposób określenia odpowiedzi impulsowej kanału przy wykorzystaniu aproksymacji „vector fitting” zostanie w odpowiednim miejscu rozdziału krótko opisany poprzez zastosowanie analogii do wyprowadzeń opisanych w podpunkcie 4.2.

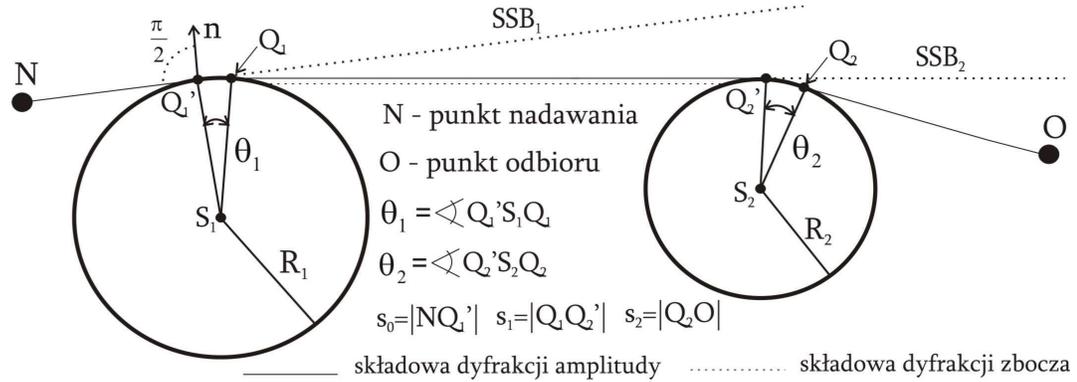


Rys. 5.1. Dyfrakcja styczna dla przypadku kaskady trzech obiektów wypukłych między punktem nadawania a punktem odbioru

5.1. Pole dyfrakcji w strefie przejściowej na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych

Scenariusz dyfrakcji fali EM na kaskadzie dwóch obiektów wypukłych jest przedstawiony na Rys. 5.2. Funkcja pola¹ w punkcie odbioru w dziedzinie częstotliwości jest dana wzorem (5.1) [2, 41]. Współczynnik $A(s)$ ($s \in \{s_0, s_1, s_2\}$, Rys. 5.2) jest współczynnikiem rozproszenia, który dla fali cylindrycznej w przestrzeni 2D jest dany wzorem (5.9).

$$E(O) = \left(E(Q_2') \cdot T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) + \frac{dE(Q_2')}{dn} \cdot D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) \right) \cdot A(s_2) \cdot e^{-j\beta \cdot s_2} \quad (5.1)$$



Rys. 5.2. Scenariusz dyfrakcji na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych z zaznaczonymi granicami cienia pierwszej przeszkody – SSB_1 oraz drugiej przeszkody SSB_2 .

Pole w punkcie odbioru jest sumą pola pochodzącego z dyfrakcji amplitudy fali padającej w punkcie Q_2' oraz pola pochodzącego z dyfrakcji zbrocza fali w punkcie Q_2' . Współczynnikiem dyfrakcji amplitudy jest funkcja $T_{s,h}(\omega, R, \theta)$, natomiast współczynnikiem dyfrakcji zbrocza jest funkcja $D_{s,h}(\omega, R, \theta)$. Promienie odpowiadające dyfrakcji amplitudy oraz dyfrakcji zbrocza na Rys. 5.2. są oznaczone linią odpowiednio ciągłą oraz nieciągłą. Amplituda fali padającej w punkcie Q_2' jest opisana wzorem (5.2).

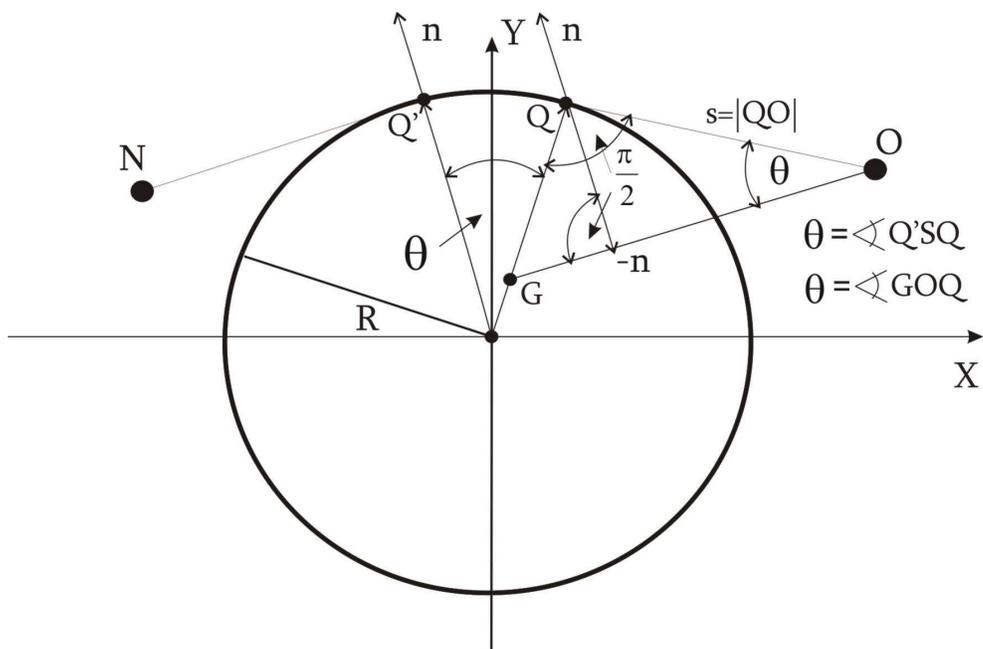
$$E(Q_2') = E(Q_1') \cdot T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot A(s_1) \cdot e^{-j\beta \cdot s_1} \quad (5.2)$$

Jest ona iloczynem pola w punkcie Q_1' oraz współczynnika dyfrakcji amplitudy dla pierwszej przeszkody, współczynnika rozproszenia i czynnika opóźniającego. Zbrocze

¹ Pod pojęciem „funkcja pola” rozumiana jest transformata lub zamiennie postać czasowa natężenia pola elektrycznego (w przypadku polaryzacji s) lub magnetycznego (dla polaryzacji h)

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

fali padającej w punkcie Q_2' jest pochodną amplitudy fali w tym punkcie względem kierunku normalnego do stycznej na pierwszej przeszkodzie w punkcie Q_1' . Geometria pokazująca związek między wektorem normalnym do stycznej w punkcie przyklejenia się promienia pełzającego do przeszkody a długością s oraz kątem θ , jest pokazana na Rys. 5.3. Zbocze fali w punkcie Q_2' - (5.3) - jest iloczynem pola w punkcie Q_1' oraz



Rys. 5.3. Ilustracja geometrii, z której wynika zależność (5.4).

pochodnej współczynnika dyfrakcji amplitudy względem normalnej w punkcie Q_1' , współczynnika rozproszenia i czynnika opóźniającego.

$$\frac{dE(Q_2')}{dn} = E(Q_1') \cdot \frac{dT_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1)}{dn} \cdot A(s_1) \cdot e^{-j\beta \cdot s_1}, \quad (5.3)$$

Na podstawie wzoru (5.4) wynikającego z geometrii pokazanej na Rys. 5.3 oraz wzoru (5.5) można określić pochodną współczynnika dyfrakcji zbocza względem normalnej w

$$|n| = s \cdot \sin(\theta) \quad (5.4)$$

$$\frac{d|n|}{d\theta} = s \cdot \cos(\theta) \Rightarrow dn|_{\theta \rightarrow 0} = s \cdot d\theta \quad (5.5)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

punkcie Q' - $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ - jako funkcję zależną od długości s oraz od pochodnej współczynnika dyfrakcji amplitudy względem kąta θ dla małych wartości kąta θ (w strefie przejściowej wartość kąta θ jest mała) – (5.6). Zależność (5.7) pokazuje zależność między współczynnikiem dyfrakcji zbrocza a pochodną współczynnika dyfrakcji amplitudy względem normalnej w punkcie Q' . Funkcja pola w punkcie Q_1' z Rys. 5.2 jest określona wzorem (5.8). Jest ona iloczynem pola nadawanego, współczynnika rozproszenia oraz czynnika opóźniającego.

$$\frac{dT_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1)}{dn} = Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s) = \frac{1}{s} \frac{dT_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1)}{d\theta} \quad (5.6)$$

$$D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) = \frac{s}{j \cdot \beta} Z_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2, s) \quad (5.7)$$

$$E(Q_1') = E(N) \cdot A(s_0) \cdot e^{-j\beta \cdot s_0} \quad (5.8)$$

$$A(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \quad (5.9)$$

Analizując wzory od (5.1-5.3) oraz (5.6-5.8) można uzależnić funkcję pola odbieranego od pola nadawanego według wzoru:

$$E(O) = E(N) \cdot H2K(\omega) \cdot A(s_0) \cdot A(s_1) \cdot A(s_2) \cdot e^{-j\beta(s_0+s_1+s_2)}, \quad (5.10)$$

gdzie funkcja:

$$H2K(\omega) = T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) + Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) \cdot D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) \quad (5.11)$$

jest transmitancją kanału z Rys. 5.2, nie uwzględniająca kolejnych współczynników rozproszenia oraz czynników opóźniających. W dalszej części rozprawy będzie przedstawiona procedura wyznaczenia odpowiednika czasowego transmitancji (5.11), czyli odpowiedzi impulsowej kanału z Rys. 5.2.

5.2. Odpowiedź impulsowa kanału z kaskadą dwóch przeszkód wypukłych

W tym podpunkcie wyprowadzony zostanie wzór na odpowiedź impulsową kanału z Rys. 5.2, którego transmitancja dana jest zależnością (5.11). W tym celu funkcja $H2K(\omega)$ zostanie podzielona na dwa składniki:

$$H2K_{s,h}(\omega) = HA2K_{s,h}(\omega) + HZ2K_{s,h}(\omega), \quad (5.12)$$

gdzie:

$$HA2K_{s,h}(\omega) = T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2), \quad (5.13)$$

$$HZ2K_{s,h}(\omega) = Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta, s_1) \cdot D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2), \quad (5.14)$$

Odpowiednik czasowy składnika (5.13) jest odwrotną transformatą Fouriera z $HA2K(\omega)$ opisaną wzorem:

$$hA2K_{s,h}(t) = F^{-1}\{T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1)\} * F^{-1}\{T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2)\}. \quad (5.15)$$

W celu znalezienia rozwiązania (5.15) należy wykorzystać wyniki zaprezentowane w rozdziale 4 rozprawy. Na ich podstawie można przedstawić (5.15) dla przypadku $\xi_d \leq \xi_{dth}$ (transmisja UWB w paśmie podstawowym) i dla $\xi_d > \xi_{dth}$ (transmisja UWB z nośną) w postaci wzorów odpowiednio (5.16a-b) i (5.17a-b):

$$hA2K_{s<}(t) \approx h_{s<}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{s<}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}), \quad (5.16a)$$

$$hA2K_{h<}(t) \approx h_{h<}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{h<}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}), \quad (5.16b)$$

$$hA2K_{s>}(t) \approx h_{s>}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{s>}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}), \quad (5.17a)$$

$$hA2K_{h>}(t) \approx h_{h>}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{h>}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}), \quad (5.17b)$$

gdzie współczynnik separacji dla pierwszej przeszkody L_{d1} dany wzorem:

$$L_{d1} = \frac{s_0 s_1}{s_0 + s_1}, \quad (5.17c)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

zapewnia ciągłość wartości pola wokół granicy cienia SSB₁. Wartość współczynnika separacji L_{d2} musi być taka, aby zapewnić ciągłość wartości pola wokół granicy cienia SSB₂. Procedura wyznaczenia tego współczynnika będzie przedstawiona w dalszej części rozdziału, po opracowaniu odpowiednika czasowego (5.14), który najogólniej można zapisać jako:

$$hZ2K_{s,h}(t) = F^{-1}\{Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s_1)\} * F^{-1}\{D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2)\}. \quad (5.18)$$

Aby wyznaczyć odpowiednik czasowy funkcji $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ należy w pierwszej kolejności skorzystać z zależności (5.6), czyli znaleźć pochodną współczynnika $T_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ względem kąta θ , opisaną wzorem (5.19a):

$$sZ_{s,h}(\omega, R, \theta, s) = \frac{dT_{s,h}(\omega, R, \theta)}{d\theta} = s[Z^{(1)}(\omega, R, \theta, s) + Z^{(2)}(\omega, R_1, \theta, s)], \quad (5.19a)$$

gdzie:

$$sZ^{(1)}(\omega, R, \theta, s) = \frac{dT^{(1)}(\omega, R, \theta)}{d\theta}, \quad (5.19b)$$

$$sZ_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta, s) = \frac{dT_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta)}{d\theta}. \quad (5.19c)$$

Gdy zależność (5.19d) zostanie podstawiona do wzoru (5.19b), przy wykorzystaniu zależności na pochodną funkcji strefy przejściowej względem argumentu X_d , danej wzorem (5.20), rozwiązanie (5.19b) doprowadzi do wyrażenia (5.21).

$$T^{(1)}(\omega) = m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{F(X_d(\omega))}{2\xi_d(\omega)\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{v_p}{2\omega\pi}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{F(X_d(\theta))}{\theta} \quad (5.19d)$$

$$\frac{dF(X_d)}{dX_d} = j[F(X_d) - 1] + \frac{F(X_d)}{2X_d} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T^{(1)}(\omega, R, \theta)}{\partial \theta} &= \sqrt{\frac{v_p}{2\omega\pi}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{\left\{ j[F(X_d) - 1] + \frac{F(X_d)v_p}{L_{dz}\theta^2\omega} \right\} \frac{\omega L_{dz}\theta^2}{v_p} - F(X_d)}{\theta^2} = \\ &= \sqrt{\frac{v_p}{2\omega\pi}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left\{ j[F(X_d) - 1] \frac{\omega L_{dz}}{v_p} + \frac{F(X_d) - F(X_d)}{\theta^2} \right\} = \sqrt{\frac{\omega}{2v_p\pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} L_{dz} [F(X_d) - 1] \end{aligned} \quad (5.21)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Korzystając z (5.21), pierwszy składnik funkcji $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dany jest zależnością:

$$Z^{(1)}(\omega, R, \theta, s) = \sqrt{\frac{\omega}{2v_p \pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{L_{dZ}[F(X_d)-1]}{s}, \quad (5.22)$$

gdzie współczynnik separacji L_{dZ} zapewnia ciągłość wartości zbrocza pola wokół granicy cienia SSB. Procedura wyznaczenia tego współczynnika będzie przedstawiona w dalszej części rozdziału.

Aby znaleźć postać drugiego składnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, wykorzystane zostaną aproksymacje funkcji $T_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta)$ opracowane w rozdziale 4 rozprawy. Przy wykorzystaniu aproksymacji (4.26a-b) oraz (4.27a-b) zależność (5.19c) dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ (transmisja UWB w paśmie podstawowym) oraz dla $\xi_d > \xi_{dth}$ (transmisja UWB z nośną) przybliżyć można wyrażeniami odpowiednio (5.23a-b) oraz (5.24a-b):

$$\begin{aligned} \frac{dT_s^{(2)}(\omega, R, \theta)}{d\theta} &\approx \frac{d \left[-m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{12}} \sum_{n=0}^N \frac{wp_n}{n!} (j)^n \xi_d^n \right]}{d\theta} = \\ &= \frac{d \left[-\sum_{n=0}^N A_n^p \theta^n (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \right]}{d\theta} = -\sum_{n=1}^N A_n^p \theta^{n-1} n \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} = -\sum_{n=1}^N A2Z_n^p \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \end{aligned}, \quad (5.23a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_h^{(2)}(\omega, R, \theta)}{d\theta} &\approx \frac{d \left[-m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{12}} \sum_{n=0}^N \frac{wq_n}{n!} (j)^n \xi_d^n \right]}{d\theta} = \\ &= \frac{d \left[-\sum_{n=0}^N A_n^q \theta^n (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \right]}{d\theta} = -\sum_{n=1}^N A_n^q \theta^{n-1} n \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} = -\sum_{n=1}^N A2Z_n^q \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \end{aligned}, \quad (5.23b)$$

gdzie:

$$A2Z_n^p = A_n^p \theta^{n-1} n, \quad (5.23c)$$

$$A2Z_n^q = A_n^q \theta^{n-1} n, \quad (5.23d)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_s^{(2)}(\omega, R, \theta)}{d\theta} &\approx \frac{-m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2\xi_d \sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Az_n \xi_d \exp(-j\frac{5\pi}{6})}}{[Ai'(Az_n)]^2} \right)}{d\theta} = \\
 &= \frac{-\sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B_n^p(j\omega) \frac{1}{6} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}}}{d\theta} = \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \dots, \quad (5.24a) \\
 &+ \sum_{n=0}^N B_n^p Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B2Z_n^p \cdot (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_s^{(2)}(\omega, R, \theta)}{d\theta} &\approx \frac{-m(\omega) \sqrt{\frac{2v_p}{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2\xi_d \sqrt{\pi}} - \frac{e^{j\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^N \frac{e^{-Apz_n \xi_d \exp(-j\frac{5\pi}{6})}}{[Ai(Apz_n)]^2 Apz_n} \right)}{d\theta} = \\
 &= \frac{-\sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B_n^q(j\omega) \frac{1}{6} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}}}{d\theta} = \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \dots, \quad (5.24b) \\
 &+ \sum_{n=0}^N B_n^q Apz_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N B2Z_n^q(j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}}
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$B2Z_n^p = B_n^p Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (5.24c)$$

$$B2Z_n^q = B_n^q Apz_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.24d)$$

Korzystając z (5.23a-b) oraz (5.24a-b), drugi składnik funkcji $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ oraz dla $\xi_d > \xi_{dth}$ przybliżyć można wzorami odpowiednio (5.25a-b) oraz (5.26a-b).

$$Z_s^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s} \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \quad (5.25a)$$

$$Z_h^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s} \cdot (j\omega)^{\frac{n-1}{6}} \quad (5.25b)$$

$$Z_s^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{s\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^p}{s} \cdot (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \quad (5.26a)$$

$$Z_h^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{s\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} + \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^q}{s} (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \quad (5.26b)$$

Przez wykorzystanie aproksymacji z podpunktu 4.2 zostały otrzymane przybliżenia współczynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ przy polaryzacji miękkiej i twardej dla przypadku transmisji UWB w paśmie podstawowym oraz z wykorzystaniem nośnej.

Aby wyznaczyć przybliżenie współczynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej poprzez wykorzystanie aproksymacji „vector fitting”, należy w pierwszej kolejności wyznaczyć numerycznie wartości funkcji:

$$Z_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta, s) = \frac{dT_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta)}{sd\theta} \quad (5.27)$$

dla konkretnych wartości parametrów przeszkody wypukłej. Następnie potrzebne jest wykonanie aproksymacji funkcji (5.27) funkcją wymierną postaci (5.28), otrzymanej za pomocą programu „vector fitting”. Zależność (5.28) może być następnie retransformowana do dziedziny czasu przez wykorzystanie odwrotnego przekształcenia Laplaca, które zostało omówione w podpunkcie 4.2.

$$f2Z(j\omega) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_{Zn}}{j\omega - a_{Zn}} + d_z + sh_z \quad (5.28)$$

W celu wyznaczenia odpowiednika czasowego współczynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, w pierwszej kolejności pierwszy składnik tego współczynnika, dany wzorem (5.22), zostanie podzielony na dwa składniki według (5.29a-c).

$$Z^{(1)}(\omega, R, \theta, s) = Z^{(11)}(\omega, R, \theta, s) + Z^{(12)}(\omega, R, \theta, s) \quad (5.29a)$$

$$Z^{(11)}(\omega, R, \theta, s) = \sqrt{\frac{\omega}{2v_p\pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{L_{dz}F(X_d)}{s} \quad (5.29b)$$

$$Z^{(12)}(\omega, R, \theta, s) = -\sqrt{\frac{\omega}{2v_p\pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{L_{dz}}{s} \quad (5.29c)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Odpowiednik czasowy składnika (5.29c) wyprowadzony zostanie przez wykorzystanie odwrotnej jednostronnej transformaty Fouriera według (5.30).

Natomiast w celu znalezienia retransformaty składnika (5.29b), przekształcony jest on do (5.31) poprzez zastosowanie podstawienia $p=j\omega$ i wykorzystanie definicji argumentu X_d . Następnie za pomocą podstawienia (5.32), wyprowadzonego w podpunkcie 4.2, składnik (5.31) można przekształcić do wzoru (5.33).

$$\begin{aligned} z^{(12)}(t, R, \theta, s) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} -\sqrt{\frac{\omega}{2v_p \pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{L_{dz}}{s} d\omega \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{-j^{\frac{1}{2}} L_{dz}}{s \sqrt{2v_p \pi^{\frac{3}{2}} (-jt)^{\frac{3}{2}}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right\} = \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{-j^{\frac{1}{2}} j^{\frac{3}{2}} L_{dz}}{s \sqrt{2v_p \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right\} = \frac{L_{dz}}{s \sqrt{2v_p \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$Z^{(11)}(p, R, \theta, s) = \sqrt{\frac{p}{2v_p \pi}} \frac{L_{dz} F\left(\frac{pL_d \theta^2}{j2v_p}\right)}{s} \quad (5.31)$$

$$F(X_d) = e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{X_d \pi} e^{jX_d} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{jX_d}\right) \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} Z^{(11)}(p, R, \theta, s) &= \sqrt{\frac{p}{2v_p \pi}} \frac{L_{dz}}{s} \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{e^{j\frac{\pi}{4}}} \sqrt{\frac{pL_d \theta^2 \pi}{2v_p}} \cdot e^{j\frac{pL_d \theta^2}{2v_p}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{j}{j} \frac{pL_d \theta^2}{2v_p}}\right) = \\ &= p \frac{L_{dz}}{s} \sqrt{\frac{1}{2v_p \pi}} \sqrt{\frac{\pi L_d \theta^2}{2v_p}} e^{\frac{pL_d \theta^2}{2v_p}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{pL_d \theta^2}{2v_p}}\right) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Wykorzystując parę transformat Laplace'a (5.34), odpowiednik czasowy funkcji (5.33) dany jest zależnością (5.35).

$$\sqrt{\pi X} e^{p\frac{X}{c}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{pX}{c}}\right) \leftrightarrow \frac{X}{\sqrt{\pi c t} \left(t + \frac{X}{c}\right)} \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned}
 z^{(1)}(t, R, \theta, s) &= L^{-1}[Z^{(1)}(p, R, \theta, s)] = L^{-1}\left[p \frac{L_{dz}}{s} \sqrt{\frac{1}{2v_p^2 \pi}} \sqrt{\pi X} e^{p \frac{X}{v_p}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{pX}{v_p}}\right)\right] = \\
 &= \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz} X}{s \pi \sqrt{2t} v_p^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] = \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{s \pi \sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right]
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

$$X = \frac{L_{dz} \theta^2}{2} \tag{5.36}$$

Reasumując odpowiednik czasowy pierwszego składnika współczynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ jest sumą wyrażen (5.30) oraz (5.35):

$$z^{(1)}(t, R, \theta, s) = \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{s \pi \sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dz}}{s \sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right). \tag{5.37}$$

Odpowiednik czasowy drugiego składnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ wyznaczony będzie, przez zastosowanie jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera na (5.25a), (5.25b), (5.26a) oraz (5.26b). Funkcja czasu $z_{s,h<}^{(2)}(t, R, \theta, s)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ otrzymana zostanie poprzez wykorzystanie (4.36) i (4.32). Na podstawie tych zależności funkcja $z_{s<}^{(2)}(t, R, \theta, s)$ oraz $z_{h<}^{(2)}(t, R, \theta, s)$ dla przypadku transmisji UWB w paśmie podstawowym dana jest wzorem odpowiednio (5.38a) oraz (5.38b).

$$\begin{aligned}
 z_{s<}^{(2)}(t, R, \theta, s) &\approx \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-1}{3}}}{(-jt)^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-1}{3}} j^{\frac{n+5}{6}}}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{2}{3}(n+1)}}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.38a}$$

$$\begin{aligned}
 z_{h<}^{(2)}(t, R, \theta, s) &\approx \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-1}{3}}}{(-jt)^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-1}{3}} j^{\frac{n+5}{6}}}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = \\
 &= \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{2}{3}(n+1)}}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} = - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n+5}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.38b}$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

W celu wyznaczenia odpowiednika czasowego drugiego składnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dla $\xi_d > \xi_{dth}$ zostanie on podzielony według wzorów (5.39a-c). Wtedy funkcja (5.39b) może być przetransformowana do dziedziny czasu analogicznie do funkcji (5.29c).

$$Z_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta, s) = Z_{s,h}^{(21)}(\omega, R, \theta, s) + Z_{s,h}^{(22)}(\omega, R, \theta, s) \quad (5.39a)$$

$$Z_{s,h}^{(21)}(\omega, R, \theta, s) = \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{s\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad (5.39b)$$

$$Z_{s,h}^{(22)}(\omega, R, \theta, s) \approx \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^{p,q}}{s} \cdot (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^{p,q}\theta\omega^{\frac{1}{3}}} \quad (5.39c)$$

Wykorzystując jednostronną odwrotną transformatę Fouriera do funkcji (5.39b) otrzymamy następującą funkcję czasu:

$$z_{s,h>}^{(21)}(t, R, \theta, s) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{s\theta^2} \frac{1}{\sqrt{\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} d\omega \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2} \frac{j^{-\frac{1}{2}} j^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \right\} = \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \quad (5.40)$$

Odpowiednik czasowy funkcji (5.39c) zostanie znaleziony dwoma sposobami, podobnie jak w przypadku (4.47b-c). Pierwszym z nich jest wykorzystanie (4.38) i (4.32) przy $TH_n = |t_c / (k_n^{p,q})^3| = |t_c / (\theta \gamma_n^{p,q})^3| \geq TH_{\min}$ oraz stałej $b=1/6$. Drugim zaś będzie wyodrębnienie w wyrazach szeregu, którego postać będzie miała funkcja czasu $z_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta, s) = F^{-1}[Z_{s,h>}^{(22)}(\omega, R, \theta, s)]$ czynników zależnych tylko od argumentu TH_n .

Według pierwszego sposobu, poprzez wykorzystanie zależności (4.38), (4.32), (4.29c-f) oraz (5.24c-d), składnik (5.39c) dla polaryzacji miękkiej można przetransformować do dziedziny czasu według (5.41a-c). Postępując analogicznie odpowiednik czasowy (5.39c) dla polaryzacji twardej jest opisany przez (5.42a-c). Czyli odpowiednik czasowy drugiego składnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dla przypadku transmisji UWB z wykorzystaniem nośnej ($\xi_d > \xi_{dth}$) dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy $TH_n \geq TH_{\min}$ (wartości TH_{\min} są wyznaczone w tabelach 4.4a-d), jest sumą odpowiednio (5.40) i (5.41a) oraz (5.40) i (5.42a), dany wzorami (5.43a) oraz (5.43b).

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Drugim sposobem wyznaczenia $z_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta, s)$ jest wyodrębnienie w (5.44) czynnika zależnego tylko od argumentu TH_n . W tym celu, podobnie jak w podpunkcie 4.3, zostanie w następującej części rozdziału postawiona teza, że nie tylko dla większych TH_n , ale dla wszystkich wartości TH_n , można aproksymować (5.44), funkcją będącą iloczynem czynnika $t^{-7/6}$ oraz czynnika zależnego tylko od argumentu TH_n .

$$z_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{\left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{Az_n \cdot j^{\frac{1}{6}}}{[Ai'(Az_n)]^2} \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}}}{s(-jt)^{\frac{7}{6}} \pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m}{m!(-j)^{\frac{m}{3}}} \dots \right.$$

$$\left. \left(\frac{\left(-Az_n \left(\frac{jR}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \right)^{\frac{m}{3}}}{t} \right) \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \right\} = \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{\left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{Az_n}{[Ai'(Az_n)]^2}}{st^{\frac{7}{6}} \pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m j^{\frac{2m+4}{3}}}{m!} \dots \right.$$

$$\left. \left(\frac{\left(-Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \right)^{\frac{m}{3}}}{t} \right) \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \right\} = \tag{5.41a}$$

$$= \frac{1}{t^{\frac{7}{6}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^p)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right)$$

$$b_t 2Z_n^p = \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{Az_n}{[Ai'(Az_n)]^2} \tag{5.41b}$$

$$k_{tn}^p = -Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \tag{5.41c}$$

$$z_{h>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{7}{6}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^q)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \tag{5.42a}$$

$$b_t 2Z_n^q = \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi}} \frac{1}{[Ai(Apz_n)]^2} \quad (5.42b)$$

$$k_{t_n}^q = -Apz_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \quad (5.42c)$$

$$z_{s>}^{(2)}(t, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{t^{\frac{7}{6}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{t_n}^p)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \quad (5.43a)$$

$$z_{n>}^{(2)}(t, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{t^{\frac{7}{6}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{t_n}^q)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \quad (5.43b)$$

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \right\} = f_{2Z}(t, k_n^{p,q}) = \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \cdot R_Z(TH_n) \quad (5.44)$$

Sprawdzanie tak postawionej tezy zostało przeprowadzone poprzez symulacje numeryczne. Polegały one na sprawdzeniu, czy funkcja (5.45) jest zależna tylko od argumentu TH_n tzn., czy przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, funkcje $R_Z(t, k_n^{p,q})$ pokrywają się.

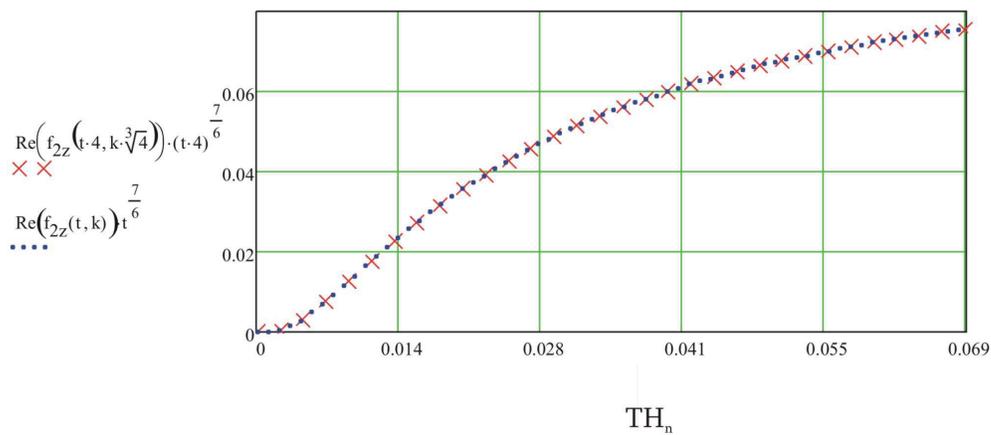
$$R_Z(t, k_n^{p,q}) \approx t^{\frac{7}{6}} f_{2Z}(t, k_n^{p,q}) = t^{\frac{7}{6}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} e^{j\omega t} \omega \right\} \quad (5.45)$$

Badania zostały przeprowadzone dla wielu różnych wartości $k_n^{p,q}$. Część z otrzymanych wyników przeprowadzonego sprawdzenia została zamieszczona na Rys. 5.4 oraz Rys. 5.5. Na Rys. 5.4 zestawione są funkcje $R_Z(t, k_n^{p,q})$ powstałe z pomnożenia funkcji $f_{2Z}(t, k_n^{p,q})$, (5.44), przez argument czasu, podniesiony do potęgi $7/6$. W jednej z tych

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

funkcji argument czasu należy do zbioru $\langle 5ps, 3ns \rangle$, a wartość $k_n^{p,q} = k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$. W drugiej natomiast funkcji, wartość $k_n^{p,q}$ została zwiększona $4^{1/3}$ razy przy jednoczesnym zmienieniu zakresu argumentu czasu do zbioru $\langle 20ps, 12ns \rangle$. Rysunek 5.5 przedstawia rozbieżność procentową między funkcjami z Rys. 5.4. Otrzymane względne odchylenie między funkcjami jest na poziomie poniżej $6 \cdot 10^{-8}\%$. Można wywnioskować, że jest ono pochodną błędów obliczeń numerycznych programu, wykorzystanego w symulacjach

Zależność funkcji $R_Z(t, k_n^{p,q})$ od TH_n dla różnych wartości $k_n^{p,q}$

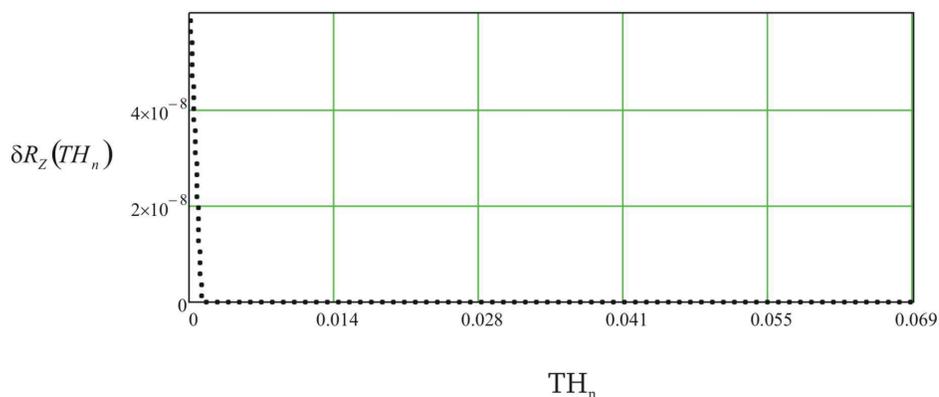


Rys. 5.4. Zależność funkcji $R_Z(t, k_n^{p,q})$ od argumentu TH_n przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$:

$k_n^{p,q} = k$ (linia przerywana), $k_n^{p,q} = k \cdot 4^{1/3}$ (symbol - krzyżyk), gdzie $k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$ przy

$$t \in \langle 5ps, 3ns \rangle$$

Względna rozbieżność między funkcjami $R_Z(t, k_n^{p,q})$ dla różnych wartości $k_n^{p,q}$ w zależności od wartości TH_n



Rys. 5.5. Procentowa rozbieżność między funkcjami $R_Z(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$ w funkcji argumentu TH_n

obliczeniowych. Rysunki 5.4 oraz 5.5 pokazują, że funkcje $R_Z(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, pokrywają się. Wynika z tego, że funkcja $R_Z(t, k_n^{p,q})$ zależy jedynie od argumentu TH_n , a jej kształt pokazany jest na Rys. 5.4. Biorąc powyższe pod uwagę oraz wykorzystując (5.39c), szukana postać aproksymacji funkcji $z_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta, s)$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy $TH_n \geq 0$ może być zapisana wzorami odpowiednio (5.46a) oraz (5.46b).

$$z_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^p}{s} \cdot R_Z(TH_n) \quad (5.46a)$$

$$z_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^q}{s} \cdot R_Z(TH_n) \quad (5.46b)$$

Podsumowując odpowiednik czasowy drugiego składnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ dla przypadku transmisji UWB z wykorzystaniem nośnej ($\xi_d > \xi_{dth}$) dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy $TH \geq 0$, jest sumą odpowiednio (5.40) i (5.46a) oraz (5.40) i (5.46b):

$$z_{s>}^{(2)}(t, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s \theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^p}{s} \cdot R_Z(TH_n), \quad (5.47a)$$

$$z_{s>}^{(2)}(t, R, \theta, s) \approx \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s \theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^q}{s} \cdot R_Z(TH_n). \quad (5.47b)$$

Teraz wszystkie składniki współczynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, dane wzorami (5.29a-c) oraz (5.39a-c) posiadają swoje odpowiedniki czasowe. Podsumowując dotychczasowe wyniki, współczynnik $z_{s,h}(t, R, \theta, s)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej opisany jest zależnościami odpowiednio (5.48a) oraz (5.48b).

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

$$\begin{aligned}
 z_{s<}(t, R, \theta, s) &\approx z^{(1)}(t, R, \theta, s) + z_{s<}^{(2)}(t, R, \theta, s) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_d^2 \theta^2}{s\pi\sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_d}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} (t)^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \dots \\
 &- \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n+5}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.48a}$$

$$\begin{aligned}
 z_{h<}(t, R, \theta, s) &\approx z^{(1)}(t, R, \theta, s) + z_{h<}^{(2)}(t, R, \theta, s) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_d^2 \theta^2}{s\pi\sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_d}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} (t)^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \dots \\
 &- \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n+5}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.48b}$$

Analogicznie współczynnik $z_{s,h}(t, R, \theta, s)$ przy transmisji UWB z wykorzystaniem nośnej dla polaryzacji twardej oraz miękkiej dany jest odpowiednio w (5.49a) oraz (5.49b):

$$\begin{aligned}
 z_{s>}(t, R, \theta, s) &\approx z^{(1)}(t, R, \theta, s) + z_{s>}^{(2)}(t, R, \theta, s) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dZ}^2 \theta^2}{s\pi\sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dZ}}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} (t)^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots \\
 &\left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{s\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{k_{tn}^p}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \quad \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\ &\frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2Z_n^p}{s} \cdot R_Z(TH_n) \quad \text{dla } TH_n \geq 0 \end{aligned} \right. , \tag{5.49a}
 \end{aligned}$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

$$\begin{aligned}
 z_{h>}(t, R, \theta, s) &\approx z^{(1)}(t, R, \theta, s) + z^{(2)}(t, R, \theta, s) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{s \pi \sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p} \right)} \right] + \frac{L_{dz}}{s \sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} (t)^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s \theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots \\
 &\left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_n 2Z_n^q}{s \pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left[\left(\frac{k_{t,n}^q}{t} \right)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \quad \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\
 &\frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{B 2Z_n^q}{s} \cdot R_Z(TH_n) \quad \text{dla } TH_n \geq 0
 \end{aligned} \right. , \quad (5.49b)
 \end{aligned}$$

gdzie TH_{\min} jest wyznaczona przy $n=N$, ponieważ najmniejsze wartości TH_n są dla $n=N$ (tabela 4.1 i 4.2, wzory (4.29d) i (4.29f)), a N może należeć do zbioru $\{2,3,4\}$ (tabela 4.3a i 4.3b).

Uwagi dotyczące wzorów (5.49a-b) są analogiczne do tych przedstawionych odnośnie aproksymacji (4.33b) w rozdziale 4. Mankamentem (5.49a-b) z szeregiem przeznaczonym dla $TH_n \geq T_{\min}$ jest to, że aproksymacja ta może być używana dla ograniczonego zbioru wartości argumentu TH_n . Jednak może być ona wystarczająca w numerycznych obliczeniach odpowiedzi kanału (zawierającego obiekt wypukły) na impuls UWB. Jest tak w przypadkach, gdy z interesujących nas próbek odpowiedzi impulsowej kanału tylko znikoma ich liczba przypada na przedział wartości argumentu TH_n , dla których szereg jest rozbieżny. Natomiast w przypadku wykorzystywania (5.49a-b) z szeregiem dokładnym dla każdego TH_n funkcja $R_Z(t, k_n^{p,q})$ musi być wcześniej interpolowana lub aproksymowana względem argumentu TH_n .

Po zdefiniowaniu odpowiednika czasowego funkcji $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, do wyznaczenia (5.18), potrzebne jest przetransformowanie współczynnika dyfrakcji z boczna $D_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ do dziedziny czasu. W tym celu należy skorzystać z (5.7), która zostanie w tym miejscu powtórzona w zmienionej formie:

$$D_{s,h}(\omega, R, \theta) = \frac{s \cdot v_p}{j \cdot \omega} Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s). \quad (5.50a)$$

Korzystając z własności transformaty Fouriera na transformację całki sygnału $x(t)$, przy $Z_{s,h}(\omega=0)=0$, można stwierdzić, że współczynnik czasowy dyfrakcji z boczna $d_{s,h}(t, R, \theta)$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

można znaleźć poprzez scałkowanie współczynnika $z_{s,h}(t,R,\theta,s)$ oraz pomnożenie wyniku przez czynnik $s \cdot v_p$ (5.50b).

$$d_{s,h}(\omega, R, \theta) = s \cdot v_p \int_{-\infty}^t z_{s,h}(\tau, R, \theta, s) d\tau \quad (5.50b)$$

Na tej podstawie pierwszy składnik $d_{s,h}(t,R,\theta)$ jest otrzymany według (5.51)

$$\begin{aligned} d^{(1)}(t, R, \theta) &= \int \left\{ \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dZ}^2 \theta^2}{s \pi \sqrt{t} (2v_p)^2 \left(t + \frac{X}{v_p} \right)} \right] + \frac{L_{dZ}}{s \sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} (t)^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right\} dt = \\ &= \frac{L_{dZ}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p} \right)} - \frac{\sqrt{2v_p} L_{dZ}}{\pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{L_{dZ}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p} \right)} - \frac{\sqrt{v_p} L_{dZ}}{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (5.51)$$

Poprzez wykorzystanie (5.50b) dla (5.38a) oraz (5.38b) można wyznaczyć drugi składnik $d_{s,h}(t,R,\theta)$ przy transmisji UWB w paśmie podstawowym dla polaryzacji miękkiej oraz twardej zależnościami odpowiednio (5.52a) oraz (5.52b).

$$\begin{aligned} d_{s<}^{(2)}(t, R, \theta) &\approx s v_p \int \left\{ - \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p}{s \pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n+5}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) \right\} dt = \\ &= \frac{1}{\frac{n}{3} - \frac{1}{6}} \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) = \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right) \end{aligned} \quad (5.52a)$$

$$\begin{aligned} d_{h<}^{(2)}(t, R, \theta) &\approx \frac{1}{\frac{n}{3} - \frac{1}{6}} \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} + \frac{5}{6}\right) = \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3 \cdot 6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right) \end{aligned} \quad (5.52b)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Drugi składnik czasowego współczynnika dyfrakcji zbrocza dla $\xi_d > \xi_{dth}$ jest sumą funkcji $d_{s,h>}^{(21)}(t, R, \theta)$ oraz $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$. Pierwsza z nich zostanie wyznaczona z wykorzystaniem (5.40) oraz (5.50b) następująco:

$$\begin{aligned} d_{s,h>}^{(21)}(t, R, \theta) &= sv_p \int \left\{ \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{1}{s\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \right\} dt = \\ &= 2v_p \sqrt{\frac{v_p}{2}} \frac{t^{\frac{1}{2}}}{\theta^2 \pi^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{v_p}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{2t}}{\theta^2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (5.53)$$

Funkcja $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$ zostanie znaleziona dwoma sposobami. Pierwszym z nich będzie wykorzystanie (5.50b) dla (5.41a) oraz (5.42a) dla przypadku $TH_n \geq TH_{min}$. Natomiast drugi sposób wyznaczenia $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$ dla $TH_n \geq 0$ będzie analogiczny do sposobu, wykorzystanego dla otrzymania (5.46a) oraz (5.46b).

Po wykorzystaniu (5.50b) dla (5.41a) oraz (5.42a) postać funkcji $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$ dla $TH_n \geq TH_{min}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej jest dana według odpowiednio (5.54a) oraz (5.54b).

$$\begin{aligned} d_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) &\approx sv_p \int \left\{ \frac{1}{s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^p)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \right\} dt = \\ &= -\frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{1}{\frac{m}{3} + \frac{1}{6}} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^p)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) + \\ &= -\frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2Z_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^p)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{6}\right) \end{aligned} \quad (5.54a)$$

$$\begin{aligned}
 d_{h>}^{(22)}(t, R, \theta) &\approx sv_p \int \left\{ \frac{1}{s} \sum_{n=0}^N \frac{b_i 2Z_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^q)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) \right\} dt \\
 &= -\frac{v_p}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_i 2Z_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{1}{\frac{m}{3} + \frac{1}{6}} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^q)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) = \\
 &= -\frac{v_p}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_i 2Z_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^q)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.54b}$$

W celu wyznaczenia funkcji $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$ dla $TH_n \geq 0$, wyodrębnione w niej zostaną czynniki zależne tylko od argumentu TH_n . Z tego względu w następującej części rozdziału sprawdzona zostanie teza, że nie tylko dla większych TH_n , ale dla wszystkich wartości TH_n , można aproksymować (5.55) funkcją będącą iloczynem czynnika $(1/t)^{1/6}$ oraz czynnika zależnego tylko od argumentu TH_n .

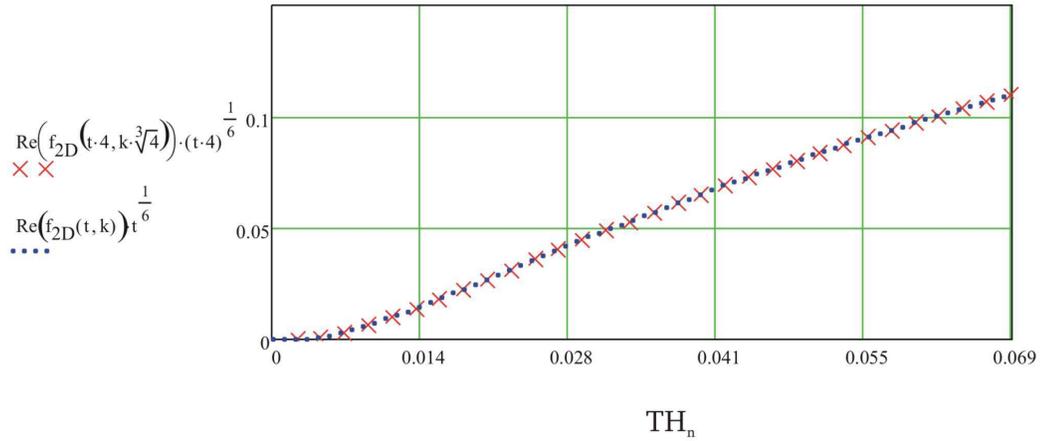
$$\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} \frac{1}{(j\omega)} (j\omega)^{\frac{1}{6}} e^{-\gamma_n^p \omega^{\frac{1}{3}}} \right\} = f_{2D}(t, k_n^{p,q}) = \frac{1}{t^{\frac{1}{6}}} \cdot R_D(TH_n) \tag{5.55}$$

Sprawdzenie tak postawionej tezy zostało przeprowadzone poprzez symulacje numeryczne. Polegały one na weryfikacji, czy funkcja (5.56) jest zależna tylko od argumentu TH_n tzn, czy przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, funkcje $R_D(t, k_n^{p,q})$ pokrywają się.

$$R_D(t, k_n^{p,q}) \approx t^{\frac{1}{6}} f_{2D}(t, k_n^{p,q}) = t^{\frac{1}{6}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^{-\frac{5}{6}} e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} e^{j\omega t} \omega \right\} \tag{5.56}$$

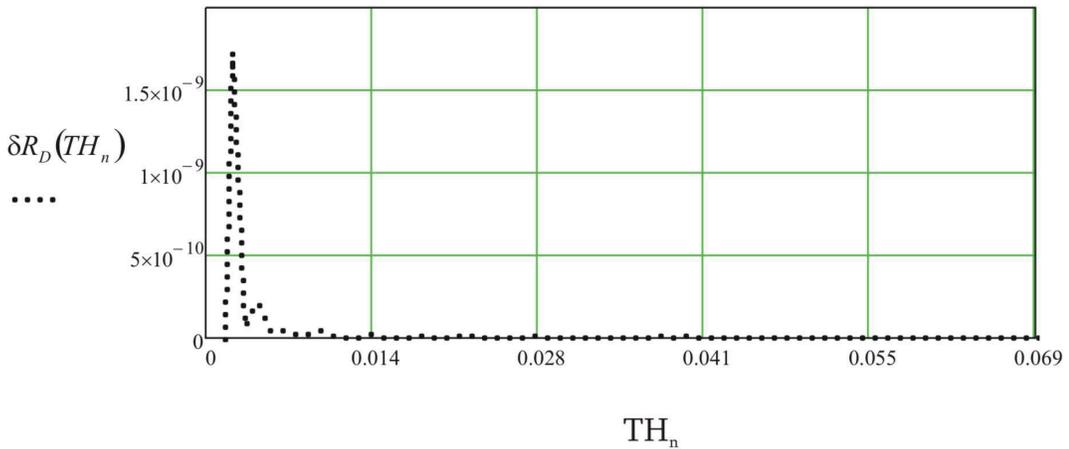
Badania zostały przeprowadzone dla wielu różnych wartości $k_n^{p,q}$. Część z otrzymanych wyników przeprowadzonych symulacji została zamieszczona na Rys. 5.6 oraz Rys. 5.7. Na Rys. 5.6 zestawione są funkcje $R_D(t, k_n^{p,q})$ powstałe z pomnożenia funkcji $f_{2D}(t, k_n^{p,q})$ przez argument czasu, podniesiony do potęgi 1/6. W jednej z tych funkcji argument czasu należy do zbioru $\langle 5ps, 3ns \rangle$, a wartość $k_n^{p,q} = k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$. W drugiej natomiast funkcji wartość $k_n^{p,q}$ została zwiększona $4^{1/3}$ razy przy jednoczesnym zmienieniu

Zależność funkcji $R_D(t, k_n^{p,q})$ od TH_n dla różnych wartości $k_n^{p,q}$



Rys. 5.6. Zależność funkcji $R_D(t, k_n^{p,q})$ od argumentu TH_n przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$:
 $k_n^{p,q} = k$ (linia przerywana), $k_n^{p,q} = k \cdot 4^{1/3}$ (symbol - krzyżyk), gdzie $k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$ przy
 $t \in \langle 5ps, 3ns \rangle$

Względna rozbieżność między funkcjami $R_D(t, k_n^{p,q})$
dla różnych wartości $k_n^{p,q}$ w zależności od wartości TH_n



Rys. 5.7. Procentowa rozbieżność między funkcjami $R_D(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$
w funkcji argumentu TH_n

zakresu argumentu czasu do zbioru $\langle 20ps, 12ns \rangle$. Rysunek 5.7 przedstawia rozbieżność procentową między funkcjami z Rys. 5.6. Otrzymane względne odchylenie między funkcjami jest na poziomie poniżej $1,75 \cdot 10^{-9}\%$. Można wywnioskować, że błąd ten jest pochodną błędów obliczeń numerycznych programu, wykorzystanego w symulacjach

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

obliczeniowych. Rysunki 5.6 oraz 5.7 pokazują, że funkcje $R_D(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$, ale jednocześnie przy zachowaniu stałości argumentu TH_n poprzez modyfikację argumentu czasu, pokrywają się. Wynika z tego, że funkcja $R_D(t, k_n^{p,q})$ zależy jedynie od argumentu TH_n , a jej kształt pokazany jest na Rys. 5.6. Biorąc powyższe pod uwagę oraz wykorzystując (5.39c) pomnożone przez czynnik $\frac{v_p S}{j\omega}$, szukana postać aproksymacji funkcji $d_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta)$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy $TH_n \geq 0$, można zapisać wzorami odpowiednio (5.57a) oraz (5.57b).

$$d_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N B2Z_n^p \cdot R_D(TH_n) \quad (5.57a)$$

$$d_{h>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N B2Z_n^q \cdot R_D(TH_n) \quad (5.57b)$$

Po wyznaczeniu wszystkich składników odpowiednika czasowego $D_{s,h}(\omega, R, \theta)$ w postaci wzorów (5.51), (5.52a-b), (5.53), (5.54a-b) oraz (5.57a-b), czasowy współczynnik dyfrakcji zbrocza $d_{s,h}(t, R, \theta, s)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej opisany jest zależnościami odpowiednio (5.58a) oraz (5.58b), natomiast w przypadku transmisji UWB z wykorzystaniem nośnej, wyrażeniami odpowiednio (5.59a) oraz (5.59b):

$$d_{s<}(t, R, \theta) \approx d^{(1)}(t, R, \theta) + d_{s<}^{(2)}(t, R, \theta) = \frac{L_{dz}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \frac{\sqrt{v_p} L_{dz}}{\sqrt{2\pi^2 t^2}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots, \quad (5.58a)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^p \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3} \frac{1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}
 d_{h<}(t, R, \theta) &\approx d^{(1)}(t, R, \theta, s) + d_{h<}^{(2)}(t, R, \theta) = \\
 &\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \frac{\sqrt{v_p} L_{dz}}{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots, \\
 &\sum_{n=1}^N \frac{A2Z_n^q \cdot v_p}{\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n+1)\right]}{t^{\frac{n-1}{3} \frac{1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.58b}$$

$$\begin{aligned}
 d_{s>}(t, R, \theta) &\approx d^{(1)}(t, R, \theta) + d_{s>}^{(2)}(t, R, \theta) = \\
 &\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \frac{\sqrt{v_p} L_{dz}}{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{v_p}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{2t}}{\theta^2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots \\
 &\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_i 2Z_n^p}{s\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^p)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) & \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\ \frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N B2Z_n^p \cdot R_D(TH_n) & \text{dla } TH_n \geq 0 \end{array} \right. , \tag{5.59a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{h>}(t, R, \theta) &\approx d^{(1)}(t, R, \theta) + d_{h>}^{(2)}(t, R, \theta) = \\
 &\frac{L_{dz}^2 \theta^2}{\pi \sqrt{tv_p} 2^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \frac{\sqrt{v_p} L_{dz}}{\sqrt{2} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{1}{2}}} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{v_p}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{2t}}{\theta^2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) + \dots \\
 &\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{t^{\frac{7}{6}}} \sum_{n=0}^N \frac{b_i 2Z_n^q}{s\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left[\frac{\pi}{3}(m+2)\right]}{m!} \left(\frac{(k_{tn}^q)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{7}{6}\right) & \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\ \frac{v_p}{t^{\frac{1}{6}}} \sum_{n=0}^N B2Z_n^q \cdot R_D(TH_n) & \text{dla } TH_n \geq 0 \end{array} \right. , \tag{5.59b}
 \end{aligned}$$

gdzie TH_{\min} jest wyznaczona przy $n=N$, ponieważ najmniejsze wartości TH_n są dla $n=N$ (tabela 4.1 i 4.2, wzory (4.29d) i (4.29f)), a $N \in \{2, 3, 4\}$ (tabela 4.3a i 4.3b).

Uwagi dotyczące wzorów (5.59a-b) są analogiczne do tych przedstawionych odnośnie (5.49a-b).

Podsumowując wyniki uzyskane w tym podpunkcie, należy stwierdzić, że, otrzymane zostały postacie funkcji splatanych w (5.18), co pozwala na pokazanie odpowiedzi impulsowej $h2K(t)$ dwóch przeszkód wypukłych (Rys. 5.2) będącej sumą funkcji $hA2K(t)$ oraz $hZ2K(t)$. W przypadku transmisji UWB w paśmie podstawowym odpowiedź impulsowa dwóch przeszkód wypukłych określona jest dla polaryzacji

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

miękkiej oraz twardej wzorami odpowiednio (5.60a) oraz (5.60b). Analogicznie, zależności dla $\xi_d \geq \xi_{dth}$ przedstawione są zależnościami (5.61a) oraz (5.61b):

$$h2K_{s<}(t) \approx h_{s<}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{s<}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}) + z_{s<}(t, R_1, \theta_1, L_{dZ2}, s_1) * d_{s<}(t, R_2, \theta_2, L_{dZ2}), \quad (5.60a)$$

$$h2K_{h<}(t) \approx h_{h<}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{h<}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}) + z_{h<}(t, R_1, \theta_1, L_{dZ2}, s_1) * d_{h<}(t, R_2, \theta_2, L_{dZ2}), \quad (5.60b)$$

$$h2K_{s>}(t) \approx h_{s>}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{s>}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}) + z_{s>}(t, R_1, \theta_1, L_{dZ2}, s_1) * d_{s>}(t, R_2, \theta_2, L_{dZ2}), \quad (5.61a)$$

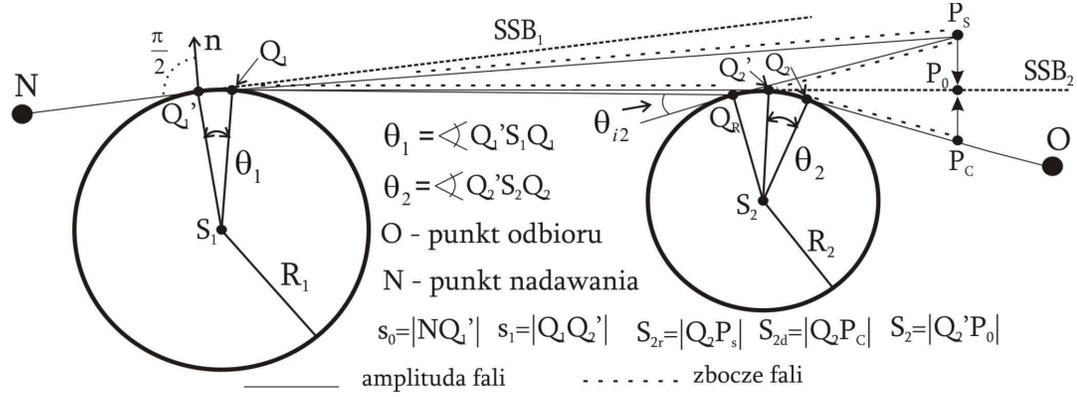
$$h2K_{h>}(t) \approx h_{h>}(t, R_1, \theta_1, L_{d1}) * h_{h>}(t, R_2, \theta_2, L_{d2}) + z_{h>}(t, R_1, \theta_1, L_{dZ2}, s_1) * d_{h>}(t, R_2, \theta_2, L_{dZ2}), \quad (5.61b)$$

gdzie funkcje, splatane w powyższych wzorach, są dane wyrażeniami: (4.48a-b), (4.49a-b), (5.48a-b), (5.49a-b), (5.58a-b) oraz (5.59a-b), natomiast L_{dZ2} jest współczynnikiem, którego postać zapewnia ciągłość wartości zbrocza fali wokół granicy cienia SSB_2 . Procedura wyznaczenia tego współczynnika zostanie przedstawiona w następnym podpunkcie.

5.3. Ciągłość funkcji pola wokół granic cienia

W poprzednim podpunkcie została wyznaczona odpowiedź impulsowa kanału $h2K(t)$ z dwoma przeszkodami wypukłymi zasłaniającymi punkt nadawania oraz punkt odbioru. Odpowiedź ta zależy od parametrów separacji L_{d1} , L_{d2} , L_{dZ2} . Zależność na współczynnik L_{d1} została pokazana w poprzednim podpunkcie. Można go wyznaczyć na podstawie tzw. równań ciągłości pola na granicy cienia. Postać równania ciągłości pola dla określonej granicy cienia zależy ściśle od struktury kanału propagacyjnego pomiędzy punktem nadawania, a punktami P_S , P_C , P_0 wokół badanej granicy cienia Rys. 5.8. Równanie ciągłości pola zależy od rozkładu promieni jakie mogą dotrzeć do punktu będącego tuż nad granicą cienia (punkt P_S w strefie światła) oraz do punktu będącego tuż pod granicą cienia (punkt P_C w strefie cienia). Jedynie dla granicy SSB_1 równanie ciągłości pola ma stałą postać. Jest tak, dlatego, że dla scenariusza z jedną przeszkodą wypukłą pole w strefie cienia pochodzi od promienia dyfrakcji, natomiast pole w strefie światła pochodzi od promienia bezpośredniego (dochodzącego bezpośrednio od punktu nadawania) oraz odbitego. Inaczej, ciągłość wokół granic SSB_2 pola można określić jako stan, w którym transmitancja (odpowiedź impulsowa) kanału przy punkcie obserwacji w $P_S \rightarrow P_0$ jest taka sama, jak przy punkcie obserwacji $P_C \rightarrow P_0$.

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej



Rys. 5.8. Dyfrakcja na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych – ciągłość pola na granicy SSB_2 .

Ciągłość pola wokół granicy cienia SSB_2 musi być zachowana zarówno dla amplitudy fali, jak i dla zbrocza fali tzn.:

$$\lim_{P_s \rightarrow P_0} E(P_s) = \lim_{P_c \rightarrow P_0} E(P_c), \quad (5.62)$$

$$\lim_{P_s \rightarrow P_0} \frac{E(P_s)}{dn} = \lim_{P_c \rightarrow P_0} \frac{E(P_c)}{dn}, \quad (5.63)$$

Gdy uwzględnimy, że przy granicy cienia długości s_{2r} oraz s_{2d} są sobie równe i wynoszą s_2 , powyższe równania dla scenariusza z Rys. 5.8 można rozwinąć w dziedzinie pulsacji do:

$$\begin{aligned}
 & E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1)A(s_1 + s_2) + E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)R_{s,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) + \dots \\
 & E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)R_{D_{s,h}}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) = \quad , \quad (5.64a) \\
 & = E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)D_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2) + E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)T_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1 + s_2) + E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)R_{Z_{s,h}}(\theta_2 \rightarrow 0, s_2)A_r(s_2) + \dots \\
 & E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)R_{D_{ns,h}}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}, s_2\right)A_r(s_2) = \quad , \quad (5.64b) \\
 & = E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)D_{n_{s,h}}(\theta_2 \rightarrow 0, s_2)A(s_2) + E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)Z_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0, s_2)A(s_2)
 \end{aligned}$$

gdzie $R_{s,h}(\theta_i)$ jest współczynnikiem odbicia od obiektu wypukłego [47], $R_{D_{s,h}}(\theta_i)$ jest współczynnikiem odbicia zbrocza fali [41], $R_{Z_{s,h}}(\theta_i)$ jest odpowiednikiem współczynnika $Z_{s,h}(\theta)$ dla strefy światła i powstaje przez pomnożenie współczynnika $R_{D_{s,h}}(\theta_i)$ przez czynnik $j\beta/s$, $D_{n_{s,h}}(\theta)$ jest pochodną współczynnika dyfrakcji zbrocza względem nor-

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

malnej w punkcie Q', $R_{Dns,h}(\theta_i)$ jest pochodną współczynnika odbicia z bocznej fali względem normalnej w punkcie odbicia, $A_r(s_r)$ jest współczynnikiem rozproszenia fali odbitej na obiekcie wypukłym [47], a θ_{i2} jest kątem odbicia promienia od drugiej przeszkody.

$$R_{s,h} = -\sqrt{\frac{-4}{\xi_p}} e^{-j\frac{\xi_p^3}{12}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left[\frac{-F(X_p)}{2\xi_p\sqrt{\pi}} + g_j(\xi_p) \right], \quad (5.65a)$$

$$\xi_p = -2m \cos(\theta_i), \quad (5.65b)$$

$$X_p = 2\beta L_{d,dz} \cos^2(\theta_i), \quad (5.65c)$$

$$g_j(x) = \begin{cases} p^*(x) & \text{dla } j = s, \\ q^*(x) & \text{dla } j = h, \end{cases} \quad (5.65d)$$

$$R_{Ds,h} = \frac{s}{j\beta} \frac{dR_{s,h}}{dn}, \quad (5.65e)$$

$$Dn_{s,h} = \frac{dD(\theta)}{dn}, \quad (5.65f)$$

$$R_{Dns,h} = \frac{dR_{Ds,h}}{dn}, \quad (5.65g)$$

$$A_r(s_2) = \sqrt{\frac{\rho_{r2}}{\rho_{r2} + s_2}}, \quad (5.65h)$$

$$\rho_{r2} = \frac{s_1 R_2 \cos(\theta_{i2})}{2s_1 + R_2 \cos(\theta_{i2})}, \quad (5.65i)$$

Iloczyny $T_{s,h}(\theta)A(s)$ oraz $R_{s,h}(\theta_i)A_r(s)$ przy granicy cienia tzn. przy $\theta \rightarrow 0$ oraz $\theta_i \rightarrow \pi/2$, są dane wzorami odpowiednio (5.66a) oraz (5.66b).

$$T_{s,h}(\theta \rightarrow 0)A(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[0,5\sqrt{L_d} - m\sqrt{\frac{2}{\beta}} g_j(0) \right] \quad (5.66a)$$

$$R_{s,h}\left(\theta_i \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left[-0,5\sqrt{L_d} - m\sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} g_j(0) \right] \quad (5.66b)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Funkcje $D_{s,h}(\theta)A(s)$ oraz $R_{D_{s,h}}(\theta_i)A_r(s)$ przy $\theta \rightarrow 0$ oraz $\theta_i \rightarrow \pi/2$ są sobie równe i wyrażone zależnością:

$$D_{s,h}(\theta \rightarrow 0)A(s) = R_{D_{s,h}}\left(\theta_i \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s) = \frac{-m}{\sqrt{s}} \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left[\frac{L_{dz}}{2m\sqrt{\pi}} + \frac{mg'(0)}{j\beta} \right]. \quad (5.67)$$

Iloczyny $Z_{s,h}(\theta,s)A(s)$ oraz $R_{Z_{s,h}}(\theta_i,s)A_r(s)$ przy $\theta \rightarrow 0$ oraz $\theta_i \rightarrow \pi/2$ są sobie równe:

$$Z_{s,h}(\theta \rightarrow 0,s)A(s) = R_{Z_{s,h}}\left(\theta_i \rightarrow \frac{\pi}{2},s\right)A_r(s) = \frac{-j\beta m}{s^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left[\frac{L_{dz}}{2m\sqrt{\pi}} + mg'(0) \right]. \quad (5.68)$$

Natomiast iloczyny $Dn_{s,h}(\theta)A(s)$ oraz $R_{Dn_{s,h}}(\theta_i)A_r(s)$, przy $\theta \rightarrow 0$ oraz $\theta_i \rightarrow \pi/2$, są określone według odpowiednio (5.69a) oraz (5.69b).

$$Dn_{s,h}(\theta \rightarrow 0)A(s) = \frac{1}{s^{\frac{3}{2}}} \left[0,5L_{dz}^{\frac{3}{2}} - m^3 \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{g_j''(0)}{j\beta} \right] \quad (5.69a)$$

$$R_{Dn_{s,h}}\left(\theta_i \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s) = \frac{1}{s^{\frac{3}{2}}} \left[-0,5L_{dz}^{\frac{3}{2}} - m^3 \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{g_j''(0)}{j\beta} \right] \quad (5.69b)$$

Poprzez wykorzystanie zależności (5.67) i (5.68) równanie ciągłości pola oraz równanie ciągłości zbrocza fali można przekształcić do wzorów odpowiednio (5.70a) oraz (5.70b).

$$\begin{aligned} E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1)A(s_1+s_2) + E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)R_{s,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) = \\ = E(Q_1')T_{s,h}(\theta_1,s_1)A(s_1)T_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2) \end{aligned} \quad (5.70a)$$

$$\begin{aligned} E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1,s_1)A(s_1+s_2) + E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1,s_1)A(s_1)R_{Dn_{s,h}}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2},s_2\right)A_r(s_2) = \\ = E(Q_1')Z_{s,h}(\theta_1,s_1)A(s_1)Dn_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0,s_2)A(s_2) \end{aligned} \quad (5.70b)$$

Następnie przy uwzględnieniu (5.66a-b) oraz (5.69a-b) równania (5.70a-b) przyjmują postać:

$$\frac{1}{\sqrt{s_1+s_2}} + \frac{1}{\sqrt{s_1}} \frac{1}{\sqrt{s_2}} \left[-0,5\sqrt{L_{dz}} - m\sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} g_j(0) - 0,5\sqrt{L_{dz}} + m\sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} g_j(0) \right] = 0, \quad (5.70c)$$

$$\frac{1}{\sqrt{s_1+s_2}} + \frac{1}{\sqrt{s_1}} \frac{1}{s_2^{\frac{3}{2}}} \left[-0,5L_{dz}^{\frac{3}{2}} - m^3 \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{g_j''(0)}{j\beta} - 0,5L_{dz}^{\frac{3}{2}} + m^3 \sqrt{\frac{2}{\beta}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{g_j''(0)}{j\beta} \right] = 0. \quad (5.70d)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Po przekształceniu równań (5.70c-d) współczynniki separacji L_{d2} oraz L_{dz2} dane są wzorami:

$$L_{d2} = \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2}, \quad (5.70e)$$

$$L_{dz2} = \left(\frac{s_1}{s_1 + s_2} \right)^{\frac{1}{3}} s_2. \quad (5.70f)$$

Wyznaczone współczynniki separacji dla drugiej przeszkody (Rys.5.8) dla amplitudy fali (5.70e) oraz zbocza fali (5.70f) są funkcją odległości między pierwszą przeszkodą a drugą – s_1 oraz odległości między drugą przeszkodą a punktem obserwacji – s_2 . Analogiczne wzory można wyprowadzić dla współczynników separacji N-tej przeszkody, w przypadku gdy, pole za N-tą przeszkodą w strefie światła jest sumą pola bezpośredniego docierającego od N-1 przeszkody oraz pola odbitego od N-tej przeszkody, a w strefie cienia pochodzi od dyfrakcji na N-tej przeszkodzie pola, pochodzącego z (N-1)-szej przeszkody. W takim przypadku współczynniki separacji dla amplitudy oraz zbocza fali przedstawić można wzorami:

$$L_{dN} = \frac{s_{N-1} s_N}{s_{N-1} + s_N}, \quad (5.71a)$$

$$L_{dzN} = \left(\frac{s_{N-1}}{s_{N-1} + s_N} \right)^{\frac{1}{3}} s_N. \quad (5.71b)$$

Aby wprowadzić bardziej szczegółowe oznaczenia współczynników (5.71a-b), zostaną one zapisane w przypadku współczynników dyfrakcji oraz odbicia wyrażeniami odpowiednio (5.72a-b) oraz (5.72c-d):

$$L_{dN(PK)} = \frac{|PQ_N| |Q_N K|}{|PQ_N| + |Q_N K|}, \quad (5.72a)$$

$$L_{dzN(PK)} = \left(\frac{|PQ_N|}{|PQ_N| + |Q_N K|} \right)^{\frac{1}{3}} |Q_N K|, \quad (5.72b)$$

$$L_{dN(PK)} = \frac{|PQ_{RN}| |Q_{RN} K|}{|PQ_{RN}| + |Q_{RN} K|}, \quad (5.72c)$$

$$L_{dZN(PK)} = \left(\frac{|PQ_{RN}|}{|PQ_{RN}| + |Q_{RN}K|} \right)^{\frac{1}{3}} |Q_{RN}K|. \quad (5.72d)$$

gdzie P jest punktem z którego pochodzi promień padający na N-tą przeszkodę, K jest punktem obserwacji pola za N-tą przeszkodą, a Q_{RN} jest punktem odbicia na N-tej przeszkodzie.

Współczynnik separacji dla amplitudy fali dla drugiej przeszkody przyjmuje inną postać w przypadku, gdyby np. granice cienia SSB_1 oraz SSB_2 z Rys. 5.8 pokrywałyby się, tzn. punkty N, Q_1' , Q_2' byłyby współliniowe. W opisanym scenariuszu równanie ciągłości amplitudy pola byłoby zmodyfikowane w stosunku do (5.64a). Modyfikacja polegałaby na uwzględnieniu dodatkowych promieni w strefie światła. Są nimi promień bezpośredni oraz promień odbity od pierwszej przeszkody i dochodzący do punktu obserwacji. Drugą zmianą jest brak promienia pochodzącego od dyfrakcji na pierwszej przeszkodzie, a później dochodzący do punktu obserwacji w strefie światła. Jest tak ponieważ, przy współliniowości punktów N, Q_1' oraz Q_2' , promień pochodzący od dyfrakcji na pierwszej przeszkodzie nie ma możliwości „dotrzeć” bezpośrednio do przestrzeni nad granicą cienia SSB_2 . Przy opisanym scenariuszu równanie ciągłości amplitudy fali na granicy SSB_2 dane byłoby według (5.73a). Równanie ciągłości zbrocza fali nie uległoby zmianie, ponieważ zbrocze fali jest uwzględniane dopiero po interakcji fali z pierwszą przeszkodą.

$$\begin{aligned} & E(N)A(s_0)T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)R_{s,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) + E(N)A(s_0 + s_1 + s_2) + \dots \\ & E(N)A(s_0)Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)R_{Ds,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) + E(N)A(s_0)R_{s,h}\left(\theta_{i1} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_1 + s_2) = \quad (5.73a) \\ & = E(N)A(s_0)Z_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)D_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2) + E(N)A(s_0)T_{s,h}(\theta_1, s_1)A(s_1)T_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2) \end{aligned}$$

Poprzez wykorzystanie (5.67) równanie (5.73a) jest zredukowane do:

$$\begin{aligned} & E(N)A(s_0)T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)R_{s,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_2) + E(N)A(s_0 + s_1 + s_2) + \dots \\ & + E(N)A(s_0)R_{s,h}\left(\theta_{i2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)A_r(s_1 + s_2) = E(N)A(s_0)T_{s,h}(\theta_1)A(s_1)T_{s,h}(\theta_2 \rightarrow 0)A(s_2) \end{aligned} \quad (5.73b)$$

Natomiast przy uwzględnieniu (5.66a-b), równanie ciągłości amplitudy fali na granicy SSB_2 , w przedstawionym scenariuszu, jest określone według:

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sqrt{s_0}} \frac{1}{\sqrt{s_1}} \left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right] \frac{1}{\sqrt{s_2}} \left[-0,5\sqrt{L_{d2(Q,P)}} - m_2\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right] + \frac{1}{\sqrt{s_0 + s_1 + s_2}} + \dots \\
& + \frac{1}{\sqrt{s_0}} \frac{1}{\sqrt{s_1 + s_2}} \left[-0,5\sqrt{L_{d1(NP)}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right] = \frac{1}{\sqrt{s_0}} \frac{1}{\sqrt{s_1}} \left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right] \dots \quad (5.74) \\
& \frac{1}{\sqrt{s_2}} \left[0,5\sqrt{L_{d2(Q,P)}} - m_2\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]
\end{aligned}$$

Wiedząc, że szukanym współczynnikiem separacji jest wielkość $L_{d2(Q,P)}$, (5.74) zostanie przekształcone do postaci (5.75a), a następnie do (5.75b):

$$\begin{aligned}
& \left[0,5\sqrt{L_{d2(Q,P)}} - m_2\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) + 0,5\sqrt{L_{d2(Q,P)}} + m_2\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right] = \\
& \frac{\sqrt{s_1 s_2}}{\sqrt{s_1 + s_2}} \left[\frac{\sqrt{s_0(s_1 + s_2)}}{\sqrt{s_0 + s_1 + s_2}} - 0,5\sqrt{L_{d1(NP)}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right], \quad (5.75a) \\
& = \frac{\left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]}{\left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]}
\end{aligned}$$

$$\sqrt{L_{d2(Q,P)}} = \frac{\frac{\sqrt{s_1 s_2}}{\sqrt{s_1 + s_2}} \left[\sqrt{L_{d1(NP)}} - 0,5\sqrt{L_{d1(NP)}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]}{\left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]}. \quad (5.75b)$$

Z zależności (5.75b) wynika, że współczynnik separacji dla amplitudy fali za drugą przeszkodą, przy współliniowości punktów N, Q₁' oraz Q₂', jest dany wzorem:

$$L_{d2(Q,P)} = \frac{\frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2} \left[\sqrt{L_{d1(NP)}} - 0,5\sqrt{L_{d1(NP)}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]^2}{\left[0,5\sqrt{L_{d1(NQ_2')}} - m_1\sqrt{\frac{2}{\beta}}g_j(0) \right]^2}, \quad (5.75c)$$

gdzie: współczynnik $L_{d1(NP)}$ na granicy cienia SSB₂ dany jest zależnością:

$$L_{d1(NP)} = \frac{s_0(s_1 + s_2)}{s_0 + s_1 + s_2}. \quad (5.76)$$

Natomiast współczynnik m_1 określony jest wzorem:

$$m_1 = \left(\frac{\omega \cdot R_1}{2v_p} \right). \quad (5.77)$$

Podobnie jak wyprowadzony współczynnik $L_{d2(Q,P)}$, również współczynnik $L_{d22(Q,P)}$ jest funkcją, zależną częstotliwości.

Powyższe rozważania pokazały, że jeśli nie jest zachowany warunek, podany przy prezentacji wzorów (5.70a-b) oraz (5.71a-b) tzn., gdy pole wokół granicy cienia SSB_N pochodzi od promieni powstałych nie tylko na przeszkodzie (N-1)-szej, to współczynniki separacji zależą zarówno od wzajemnego rozmieszczenia przeszkód, punktu źródła pola i obserwacji, jak i od parametrów przeszkód oraz pulsacji ω .

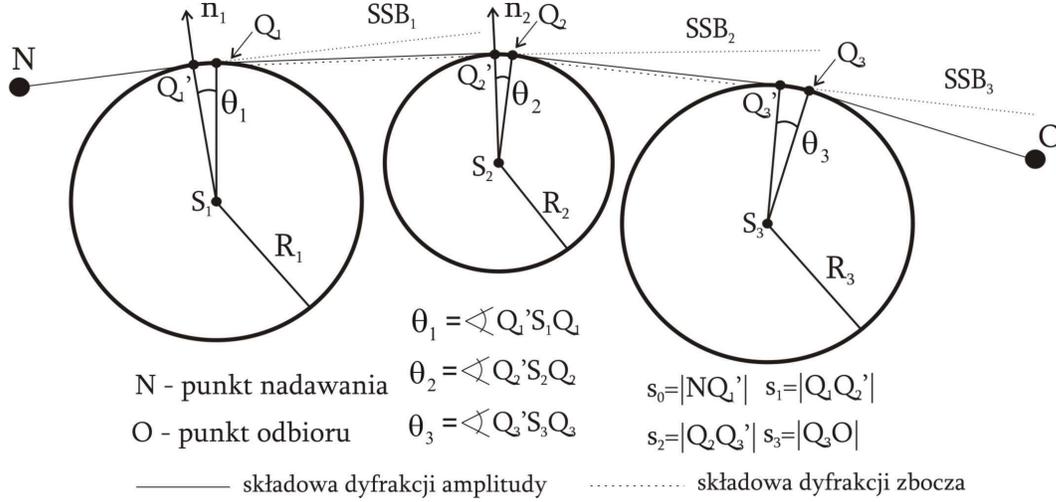
Jednak przeprowadzone badania numeryczne pokazały, że zarówno współczynnik (5.75c), jak i współczynniki wyznaczone przy innych scenariuszach poprzez wykorzystanie odpowiednich równań ciągłości amplitudy oraz zbrocza fali wokół granic cienia, są przy częstotliwościach powyżej 1 GHz praktycznie wartościami stałymi z pomijalną częścią urojoną w stosunku do części rzeczywistej. W zastosowaniach komunikacyjnych sygnału UWB takie ograniczenie pasma częstotliwości do powyżej 1GHz nie jest znaczące. Natomiast w zastosowaniach radarowych i sensorowych sygnału UWB, dla niższych częstotliwości, fala pełza po obiekcie wypukłym przy większych kątach θ , co powoduje, że funkcja strefy przejściowej, zależna od współczynnika separacji, ma pomijalne znaczenie przy symulacji propagacji fali (składnik w (4.4a), zawierający funkcję strefy przejściowej, jest równy 0 dla dużych argumentów X_d). Dla większych wartości kątów θ praktycznie jedyny wkład w transmitancję (odpowiedź impulsową) obiektów wypukłych, ma funkcja rozpraszania Focka, która jest niezależna od współczynnika separacji. Z tego względu w symulacjach propagacji fali UWB można wykorzystywać przybliżenia współczynników typu (5.75c) przez stałe rzeczywiste, lub można nie brać ich pod uwagę.

5.4. Odpowiedź impulsowa kanału z kaskadą N przeszkód wypukłych

W tym podpunkcie wyniki uzyskane w 5.2 zostaną uogólnione na scenariusz w którym punkty nadawania i odbioru są zasłaniane przez kaskadę więcej niż dwóch przeszkód wypukłych.

W pierwszej kolejności zostanie przedstawiona odpowiedź impulsowa trzech przeszkód wypukłych w scenariuszu pokazanym na Rys. 5.9.

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej



Rys. 5.9. Scenariusz dyfrakcji na kaskadzie trzech przeszkód wypukłych z zaznaczonymi granicami cienia pierwszej przeszkody – SSB_1 , drugiej przeszkody SSB_2 i trzeciej przeszkody SSB_3 .

Pole w punkcie odbioru jest sumą pola pochodzącego z dyfrakcji amplitudy fali padającej w punkcie Q_3' oraz pola pochodzącego z dyfrakcji zbrocza fali w punkcie Q_3' (5.78a). Promienie odpowiadające dyfrakcji amplitudy oraz dyfrakcji zbrocza na Rys. 5.9. są oznaczone linią odpowiednio ciągłą oraz nieciągłą. Amplituda fali padającej w punkcie Q_3' jest opisana wzorem (5.78b), analogicznym do zależności (5.1). Zbrocze fali w punkcie Q_3' je równe pochodnej amplitudy fali w punkcie Q_3' względem normalnej w punkcie Q_2' . Współczynnik (5.78d) jest pochodną współczynnika dyfrakcji zbrocza dla drugiej przeszkody względem normalnej w punkcie Q_2' . Reszta wielkości potrzebnych do wyznaczenia funkcji pola w punkcie odbioru została opisana w podpunkcie 5.3 i jest dana wyrażeniami (5.78e-g).

$$E(O) = \left(E(Q_3') \cdot T_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) + \frac{dE(Q_3')}{dn_2} \cdot D_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) \right) \cdot A(s_3) \cdot e^{-j\beta \cdot s_3}, \quad (5.78a)$$

$$E(Q_3') = \left(E(Q_2') \cdot T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) + \frac{dE(Q_2')}{dn_1} \cdot D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) \right) \cdot A(s_2) \cdot e^{-j\beta \cdot s_2}, \quad (5.78b)$$

$$\frac{dE(Q_3')}{dn_2} = \left[E(Q_2') \cdot \frac{dT_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2)}{dn_2} + \frac{dE(Q_2')}{dn_1} \cdot \frac{dD_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2)}{dn_2} \right] \cdot A(s_2) \cdot e^{-j\beta \cdot s_2}, \quad (5.78c)$$

$$\frac{dD_{s,h}(\omega, R_2, \theta)}{dn_2} = \frac{1}{s_2} \frac{dD_{s,h}(\omega, R_2, \theta)}{d\theta} = Dn(\omega, R_2, \theta, s_2), \quad (5.78d)$$

$$E(Q_2') = E(Q_1') \cdot T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot A(s_1) \cdot e^{-j\beta s_1}, \quad (5.78e)$$

$$\frac{dE(Q_2')}{dn_1} = E(Q_1') \cdot \frac{dT_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1)}{dn_1} \cdot A(s_1) \cdot e^{-j\beta s_1}, \quad (5.78f)$$

$$E(Q_1') = E(N) \cdot A(s_0) \cdot e^{-j\beta s_0}, \quad (5.78g)$$

Gdy zależności dane w (5.78b-g) zostaną podstawione kolejno do (5.78a), pole w punkcie odbioru będzie dane wzorem:

$$E(O) = E(N) \cdot H3K(\omega) \cdot A(s_0) \cdot A(s_1) \cdot A(s_2) \cdot A(s_3) \cdot e^{-j\beta(s_0+s_1+s_2+s_3)}, \quad (5.79a)$$

gdzie funkcja $H3K(\omega)$ jest wyrażona następująco:

$$\begin{aligned} H3K(\omega) &= [T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot T_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2) + Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) \cdot D_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2)] T_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\ & [T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot Z_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2, s_2) + Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) \cdot Dn_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2, s_2)] \cdot D_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) = \dots \\ & = H2K(\omega) \cdot T_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\ & [T_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1) \cdot Z_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2, s_2) + Z_{s,h}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) \cdot Dn_{s,h}(\omega, R_2, \theta_2, s_2)] \cdot D_{s,h}(\omega, R_3, \theta_3) \end{aligned} \quad (5.79b)$$

Aby wyznaczyć odpowiedź impulsową $h3K(t)$, w pierwszej kolejności należy znaleźć odpowiednik czasowy funkcji $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$. Procedura prowadząca do otrzymania funkcji $dn_{s,h}(t, R, \theta, s)$ będzie analogiczna do tej zastosowanej przy wyprowadzeniu postaci $z_{s,h}(t, R, \theta, s)$. Poprzez wykorzystanie (5.22) oraz uwzględnienie (5.50a), pierwszy składnik $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ jest wyznaczony według (5.80). Biorąc pod uwagę (5.25a-b) oraz (5.23c-d), drugi składnik $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ przy $\xi_d \leq \xi_{dth}$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej dany jest odpowiednio w (5.81a) oraz (5.81b). Natomiast przez wykorzystanie (5.26a-b) oraz (5.24c-d), drugi składnik $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, przy $\xi_d > \xi_{dth}$, wyrażony jest zależnościami (5.82a-b).

$$\begin{aligned} Dn^{(1)}(\omega, R, \theta, s) &= \frac{1}{s} \frac{\sqrt{\frac{v_p}{2\pi\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} L_{dz} [F(X_d(\theta)) - 1]}{d\theta} =, \quad (5.80) \\ & \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi v_p}} e^{-j\frac{\pi}{4}} L_{dz}^2 \theta \left[j(F(X_d) - 1) + \frac{F(X_d)}{2X_d} \right] \end{aligned}$$

$$Dn_s^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\frac{1}{s} \frac{d \left[\sum_{n=1}^N A_n^p v_p \theta^{n-1} n \cdot (j\omega)^{\frac{n-7}{3}} \right]}{d\theta} = -\frac{1}{s} \sum_{n=2}^N A_2 n_n^p \cdot (j\omega)^{\frac{n-7}{3}}, \quad (5.81a)$$

$$Dn_n^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\frac{1}{s} \sum_{n=2}^N A2n_n^q \cdot (j\omega)^{\frac{n-7}{6}}, \quad (5.81b)$$

$$A2n_n^p = A_n^p \theta^{n-2} v_p n(n-1), \quad (5.81c)$$

$$A2n_n^q = A_n^q \theta^{n-2} v_p n(n-1), \quad (5.81d)$$

$$Dn_s^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-j\frac{3\pi}{4}} + \frac{d \left[\sum_{n=0}^N v_p B2Z_n^p \cdot (j\omega)^{\frac{1}{2}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \right]}{sd\theta}, \quad (5.82a)$$

$$= -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-j\frac{3\pi}{4}} + \frac{1}{s} \sum_{n=0}^N B2n_n^p \cdot (j\omega)^{\frac{1}{2}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}}$$

$$Dn_n^{(2)}(\omega, R, \theta, s) \approx -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-j\frac{3\pi}{4}} + \frac{1}{s} \sum_{n=0}^N B2n_n^q \cdot (j\omega)^{\frac{1}{2}} e^{-\gamma_n^q \theta \omega^{\frac{1}{3}}}, \quad (5.82b)$$

$$B2n_n^p = B_n^p \left[Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^2 v_p, \quad (5.82c)$$

$$B2n_n^q = B_n^q \left[Apz_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^2 v_p. \quad (5.82d)$$

Aby znaleźć odpowiednik czasowy $Dn^{(1)}(\omega, R, \theta, s)$, zostanie on podzielony na składniki:

$$Dn^{(1)}(\omega, R, \theta, s) = Dn^{(11)}(\omega, R, \theta, s) + Dn^{(12)}(\omega, R, \theta, s) + Dn^{(13)}(\omega, R, \theta, s), \quad (5.83a)$$

$$Dn^{(11)}(\omega, R, \theta, s) = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi v_p}} e^{j\frac{\pi}{4}} \theta L_{dz}^2 F(X_d), \quad (5.83b)$$

$$Dn^{(12)}(\omega, R, \theta, s) = -\frac{1}{s} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi v_p}} e^{j\frac{\pi}{4}} \theta \cdot L_{dz}^2, \quad (5.83c)$$

$$Dn^{(13)}(\omega, R, \theta, s) = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{\omega}{2\pi v_p}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \theta \cdot L_{dz}^2 \frac{F(X_d)}{2X_d} = \frac{1}{s} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi\omega}} e^{-j\frac{\pi}{4}} L_{dz} \frac{F(X_d)}{\theta}. \quad (5.83d)$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

Wykorzystując (5.30), funkcja $d^{(12)}(t,R,\theta,s)$ dana jest w (5.85a), natomiast przy uwzględnieniu wyprowadzonej wcześniej transformacji (5.84), składniki $d^{(11)}(t,R,\theta,s)$ oraz $d^{(13)}(t,R,\theta,s)$ pokazane są wyrażeniami odpowiednio (5.85b) oraz (5.85c):

$$\sqrt{\frac{j\omega}{2v_p\pi}} \frac{L_{dz}F(X_d)}{s} \leftrightarrow \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^2\theta^2}{s\pi\sqrt{t}(2v_p)^2 \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right], \quad (5.84)$$

$$dn^{(12)}(t,R,\theta,s) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty \frac{\omega}{\sqrt{2v_p\pi}} e^{j\frac{\pi}{4}} \frac{L_{dz}^2\theta}{s} d\omega \right\} = \frac{L_{dz}^2\theta}{s\sqrt{2v_p}\pi^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right), \quad (5.85a)$$

$$dn^{(11)}(t,R,\theta,s) = \frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^3\theta^3}{s\pi\sqrt{t}(2v_p)^2 \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right], \quad (5.85b)$$

$$dn^{(13)}(t,R,\theta,s) = \frac{L_{dz}^2\theta}{s\pi\sqrt{tv_p}(2)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)}. \quad (5.85c)$$

Zależności (5.82a-b) zostaną przetransformowane do dziedziny czasu, tak jak (5.38a-b) poprzez wykorzystanie (4.36) i (4.32). Odpowiedniki drugiego składnika $Dn_{s,h}(\omega,R,\theta,s)$ w dziedzinie czasu dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ dane są wzorami:

$$dn_{s<}^{(2)}(t,R,\theta,s) \approx \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-7}{3}}}{(-jt)^{\frac{n-1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{n-7}{3}} j^{\frac{n-1}{6}}}{t^{\frac{n-1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right) \right\} = \quad (5.86a)$$

$$= \operatorname{Re} \left\{ - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^p}{s\pi} \cdot \frac{j^{\frac{2(n-2)}{3}}}{t^{\frac{n-1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right) \right\} = - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^p}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n-2)\right]}{t^{\frac{n-1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right)$$

$$dn_{h<}^{(2)}(t,R,\theta,s) \approx - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^q}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n-2)\right]}{t^{\frac{n-1}{6}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right). \quad (5.86b)$$

Funkcja $dn_{s,h>}^{(2)}(t,R,\theta,s)$ dla $\xi_d > \xi_{dth}$ będzie znalezione na dwa sposoby, tak jak odpowiadająca jej funkcja $z_{s,h>}^{(2)}(t,R,\theta,s)$. Pierwszym z nich będzie wykorzystanie (4.36) i (4.38)

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

dla przypadku gdy $TH_n \geq TH_{\min}$. Natomiast drugi z tych sposobów będzie polegał na wyodrębnieniu w składnikach, które będą tworzyć $dn_{s,h>}^{(2)}(t, R, \theta, s)$ czynników zależnych tylko od TH_n .

W pierwszej kolejności drugi składnik $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ przy $\xi_d > \xi_{dth}$ oraz $TH_n \geq TH_{\min}$ zostanie podzielony według wzorów (5.87a-c). Wtedy funkcja (5.87b) może być przetransformowana do dziedziny czasu analogicznie do funkcji (5.39b), co jest pokazane w (5.88).

$$Dn_{s,h}^{(2)}(\omega, R, \theta, s) = Dn_{s,h}^{(21)}(\omega, R, \theta, s) + Dn_{s,h}^{(22)}(\omega, R, \theta, s) \quad (5.87a)$$

$$Dn_{s,h}^{(21)}(\omega, R, \theta, s) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-j\frac{3\pi}{4}} \quad (5.87b)$$

$$Dn_{s,h}^{(22)}(\omega, R, \theta, s) \approx \frac{1}{s} \sum_{n=0}^N B2n_n^{p,q} \cdot (j\omega)^{\frac{1}{2}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \quad (5.87c)$$

$$\begin{aligned} dn_{s,h>}^{(21)}(t, R, \theta, s) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\omega}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-j\frac{3\pi}{4}} d\omega \right\} = \\ & \operatorname{Re} \left\{ -\frac{\sqrt{2t}}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} j^{-\frac{3}{2}} j^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) \right\} = \frac{\sqrt{2t}}{s\theta^3} \left(\frac{v_p}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (5.88)$$

Odpowiednik czasowy składnika (5.87c) będzie znaleziony przez wykorzystanie (4.38), tak jak w przypadku (5.39c). Transformacja ta jest przedstawiona w (5.89a-c) oraz (5.90a-c) odpowiednio dla polaryzacji miękkiej oraz twardej.

$$\begin{aligned}
 dn_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) &\approx \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{v_p \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi} \frac{Az_n^2 \cdot j^{\frac{1}{2}} \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{2}{3}}}}{s(-jt)^{\frac{1}{2}} \pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m}{m! (-j)^{\frac{m}{3}}} \dots \right. \\
 &\left. \left(\frac{\left(-Az_n \left(\frac{jR}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \right)^{\frac{m}{3}}}{t} \right) \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right) \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^N \frac{\frac{R}{2} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi} \frac{Az_n^2}}{[Ai'(Az_n)]^2}}{st^{\frac{1}{2}} \pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m j^{\frac{2m}{3}}}{m!} \dots \right. \\
 &\left. \left(\frac{\left(-Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta \right)^{\frac{m}{3}}}{t} \right) \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right) \right\} =
 \end{aligned} \tag{5.89a}$$

$$= \frac{1}{t^{\frac{1}{2}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2n_n^p}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left(\frac{\pi}{3} m\right)}{m!} \left(\frac{(kn_{t_n}^p)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

$$b_t 2n_n^p = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi} \frac{Az_n^2}}{[Ai'(Az_n)]^2}, \tag{5.89b}$$

$$kn_{t_n}^p = -Az_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta, \tag{5.89c}$$

$$dn_{h>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{1}{2}} s} \sum_{n=0}^N \frac{b_t 2n_n^q}{\pi} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \cos\left(\frac{\pi}{3} m\right)}{m!} \left(\frac{(kn_{t_n}^q)^3}{t} \right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right), \tag{5.90a}$$

$$b_t 2n_n^q = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{v_p}{2\pi} \frac{Apz_n}}{[Ai(Apz_n)]^2}, \tag{5.90b}$$

$$kn_{t_n}^q = -Apz_n \left(\frac{R}{2v_p} \right)^{\frac{1}{3}} \theta. \tag{5.90c}$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

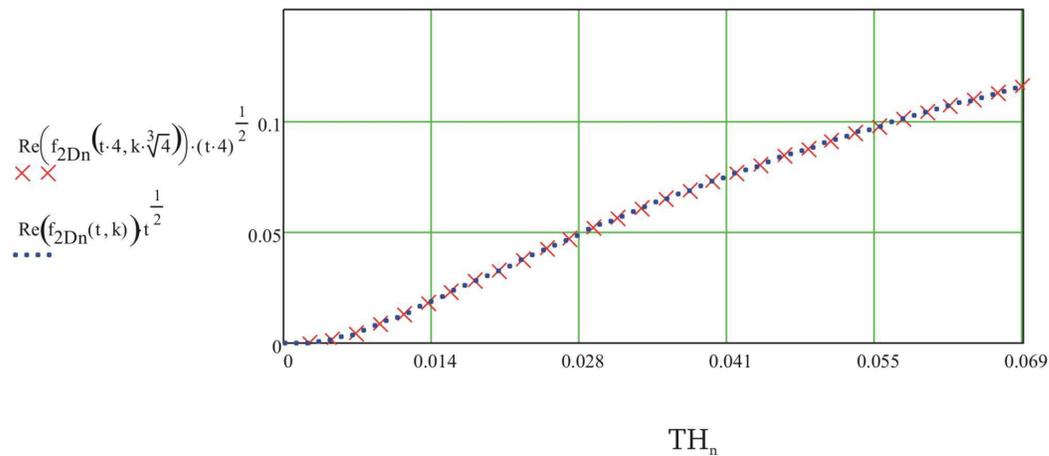
Drugim sposobem wyznaczenia $dn_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta, s)$ jest wyodrębnienie w (5.91) czynnika zależnego tylko od argumentu TH_n , co będzie prowadzić do sprawdzenia tezy, że dla każdego TH_n funkcja (5.92) jest uzależniona tylko od wartości TH_n .

$$\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} (j\omega)^{-\frac{1}{2}} e^{-\gamma_n^p \theta \omega^{\frac{1}{3}}} \right\} = f_{2Dn}(t, k_n^{p,q}) = \frac{1}{t^{\frac{1}{2}}} \cdot R_{Dn}(TH_n) \quad (5.91)$$

$$R_{Dn}(t, k_n^{p,q}) \approx t^{\frac{1}{2}} f_{2Dn}(t, k_n^{p,q}) = t^{\frac{1}{2}} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (j\omega)^{-\frac{1}{2}} e^{-k_n^{p,q} \omega^{\frac{1}{3}}} e^{j\omega t} \right\} \quad (5.92)$$

Sprawdzenie tak postawionej tezy zostało przeprowadzone poprzez symulacje numeryczne, tak jak w przypadku funkcji $R_T(t, k_n^{p,q})$, $R_Z(t, k_n^{p,q})$, $R_D(t, k_n^{p,q})$. Badania zostały wykonane dla wielu różnych wartości $k_n^{p,q}$. Część z otrzymanych wyników przeprowadzonych symulacji została zamieszczona na Rys. 5.10 oraz Rys. 5.11.

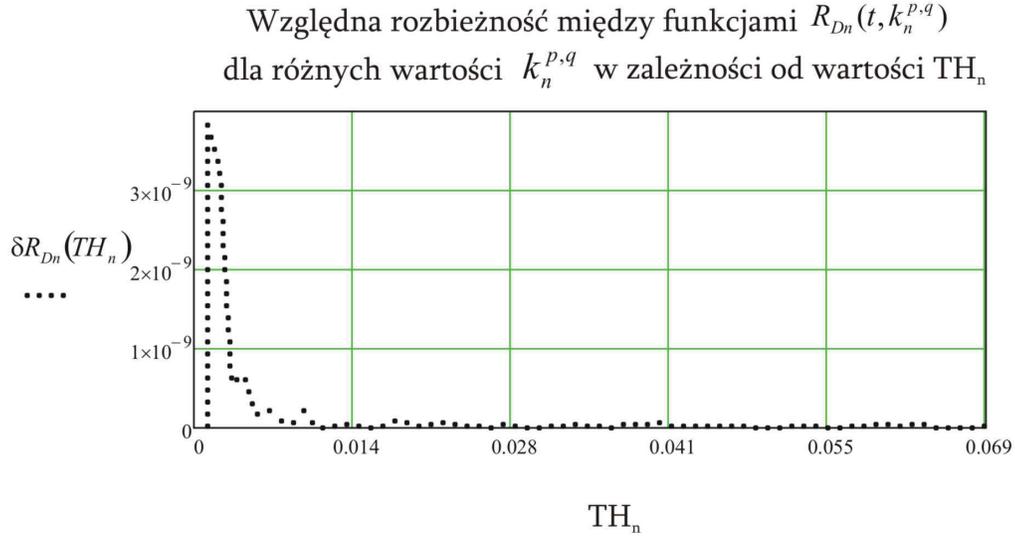
Zależność funkcji $R_{Dn}(t, k_n^{p,q})$ od TH_n dla różnych wartości $k_n^{p,q}$



Rys. 5.10. Zależność funkcji $R_{Dn}(t, k_n^{p,q})$ od argumentu TH_n przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$:

$$k_n^{p,q} = k \text{ (linia przerywana)}, \quad k_n^{p,q} = k \cdot 4^{1/3} \text{ (symbol - krzyżyk)}, \quad \text{gdzie } k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3} \text{ przy} \\ t \in \langle 5 \text{ ps}, 3 \text{ ns} \rangle$$

Na Rys. 5.10 zestawione są funkcje $R_{Dn}(t, k_n^{p,q})$ powstałe z pomnożenia funkcji $f_{2Dn}(t, k_n^{p,q})$ przez argument czasu, podniesiony do potęgi 1/2. W jednej z tych funkcji argument czasu należy do zbioru $\langle 5 \text{ ps}, 3 \text{ ns} \rangle$, a wartość $k_n^{p,q} = k = 3,5 \cdot 10^{-3} \cdot j^{1/3}$.



Rys. 5.11. Procentowa rozbieżność między funkcjami $R_{Dn}(t, k_n^{p,q})$ przy różnych wartościach $k_n^{p,q}$ w funkcji argumentu TH_n

W drugiej natomiast funkcji wartość $k_n^{p,q}$ została zwiększona $4^{1/3}$ razy przy jednoczesnym zmienieniu zakresu argumentu czasu do zbioru $\langle 20ps, 12ns \rangle$. Rysunek 5.11 przedstawia rozbieżność procentową między funkcjami z Rys. 5.10. Otrzymane względne odchylenie między funkcjami jest na poziomie poniżej $4 \cdot 10^{-9}\%$. Widoczne jest, że błąd ten jest pochodną błędów obliczeń numerycznych programu, wykorzystanego w symulacjach obliczeniowych. Rysunki 5.10 oraz 5.11 pokazują że funkcja $R_{Dn}(t, k_n^{p,q})$ zależy jedynie od argumentu TH_n , a jej kształt pokazany jest na Rys. 5.10. Biorąc powyższe pod uwagę oraz wykorzystując (5.87c), szukaną postać aproksymacji funkcji $z_{s,h>}^{(22)}(t, R, \theta, s)$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej przy $TH_n \geq 0$ można zapisać wzorami odpowiednio (5.93a) oraz (5.93b):

$$dn_{s>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{1}{2}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2n_n^p}{s} \cdot R_{Dn}(TH_n), \quad (5.93a)$$

$$dn_{h>}^{(22)}(t, R, \theta, s) \approx \frac{1}{t^{\frac{1}{2}}} \sum_{n=0}^N \frac{B2n_n^q}{s} \cdot R_{Dn}(TH_n). \quad (5.93b)$$

Podsumowując, wszystkie składniki współczynnika $Dn_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, dane wzorami (5.83a-d) oraz (5.87a-c) posiadają swoje odpowiedniki w dziedzinie czasu. Współczyn-

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

nik $dn_{s,h}(t,R,\theta,s)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej opisany jest zależnościami odpowiednio (5.94a) oraz (5.94b). Analogiczne zależności dla $\xi_d > \xi_{dth}$ pokazane są w (5.95a) oraz (5.95b). We wzorach (5.95a-b) wartość TH_{min} jest wyznaczona przy $n=N$, ponieważ najmniejsze wartości TH_n są dla $n=N$ (tabela 4.1 i 4.2, wzory (4.29d) i (4.29f)), a N może należeć do zbioru $\{2,3,4\}$ (tabela 4.3a i 4.3b). Inne uwagi dotyczące wzorów (5.95a-b) są analogiczne do tych przedstawionych odnośnie (5.49a-b).

$$\begin{aligned}
 dn_{s<}(t,R,\theta) &\approx dn^{(1)}(t,R,\theta) + dn_{s<}^{(2)}(t,R,\theta) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^3 \theta^3}{s\pi\sqrt{t}(2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \dots \\
 &\frac{L_{dz}^2 \theta}{s\pi\sqrt{tv_p} (2)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^p}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n-2)\right]}{t^{\frac{n-1}{3}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.94a}$$

$$\begin{aligned}
 dn_{h<}(t,R,\theta) &\approx dn^{(1)}(t,R,\theta) + dn_{h<}^{(2)}(t,R,\theta) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^3 \theta^3}{s\pi\sqrt{t}(2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \dots \\
 &\frac{L_{dz}^2 \theta}{s\pi\sqrt{tv_p} (2)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} - \sum_{n=2}^N \frac{A2n_n^q}{s\pi} \cdot \frac{\cos\left[\frac{\pi}{3}(n-2)\right]}{t^{\frac{n-1}{3}}} \Gamma\left(\frac{n}{3} - \frac{1}{6}\right)
 \end{aligned} \tag{5.94b}$$

$$\begin{aligned}
 dn_{s>}(t, R, \theta) &\approx dn^{(1)}(t, R, \theta) + dn_{s>}^{(2)}(t, R, \theta) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^3 \theta^3}{s\pi\sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\pi\sqrt{tv_p} (2)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \\
 &\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{t^2} \sum_{n=0}^N \frac{b_n 2n_n^p}{s\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right)}{m!} \left(\frac{(kn_{t_n}^p)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right) & \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\ \frac{1}{t^{\frac{1}{6}} s} \sum_{n=0}^N B2n_n^p \cdot R_{Dn}(TH_n) & \text{dla } TH_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (5.95a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dn_{s>}(t, R, \theta) &\approx dn^{(1)}(t, R, \theta) + dn_{h>}^{(2)}(t, R, \theta) = \\
 &\frac{d}{dt} \left[\frac{L_{dz}^3 \theta^3}{s\pi\sqrt{t} (2v_p)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \right] + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\sqrt{2v_p} \pi^{\frac{3}{2}} t^{\frac{3}{2}}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{L_{dz}^2 \theta}{s\pi\sqrt{tv_p} (2)^{\frac{3}{2}} \left(t + \frac{X}{v_p}\right)} \\
 &\left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{t^2} \sum_{n=0}^N \frac{b_n 2n_n^q}{s\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right)}{m!} \left(\frac{(kn_{t_n}^q)^3}{t}\right)^{\frac{m}{3}} \Gamma\left(\frac{m}{3} + \frac{1}{2}\right) & \text{dla } TH_n \geq TH_{\min} \\ \frac{1}{t^{\frac{1}{6}} s} \sum_{n=0}^N B2n_n^q \cdot R_{Dn}(TH_n) & \text{dla } TH_n \geq 0 \end{array} \right. \quad (5.95b)
 \end{aligned}$$

Po wyznaczeniu odpowiednika funkcji $Dn_{s,h}(\omega, R, T, s)$ w dziedzinie czasu, możemy wyznaczyć odpowiedź impulsową trzech przeszkód wypukłych. Wykorzystane w tym celu będą wyniki uzyskane w podpunkcie 5.2. Na ich podstawie funkcja czasu $h3K(t)$ przy $\xi_d \leq \xi_{dth}$ dla polaryzacji miękkiej oraz twardej, może być wyrażona wzorami odpowiednio (5.96a) oraz (5.96b), natomiast przy $\xi_d > \xi_{dth}$ zależnościami odpowiednio (5.97a) oraz (5.97b):

$$\begin{aligned}
 h3K_{s<}(t) &= h2K_{s<}(t) * h_{s<}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\
 &[h_{s<}(\omega, R_1, \theta_1) * z_{s<}(t, R_2, \theta_2, s_2) + z_{s<}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) * dn_{s<}(t, R_2, \theta_2, s_2)] * d_{s<}(t, R_3, \theta_3), \quad (5.96a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h3K_{h<}(t) &= h2K_{h<}(t) * h_{h<}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\
 &[h_{h<}(\omega, R_1, \theta_1) * z_{h<}(t, R_2, \theta_2, s_2) + z_{h<}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) * dn_{h<}(t, R_2, \theta_2, s_2)] * d_{h<}(t, R_3, \theta_3), \quad (5.96b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h3K_{s>}(t) &= h2K_{s>}(t) * h_{s>}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\
 &[h_{s>}(\omega, R_1, \theta_1) * z_{s>}(t, R_2, \theta_2, s_2) + z_{s>}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) * dn_{s>}(t, R_2, \theta_2, s_2)] * d_{s>}(t, R_3, \theta_3), \quad (5.97a)
 \end{aligned}$$

5. Dyfrakcja w strefie przejściowej

$$h3K_{h>}(t) = h2K_{h>}(t) * h_{h>}(\omega, R_3, \theta_3) + \dots \\ [h_{h>}(\omega, R_1, \theta_1) * z_{h>}(t, R_2, \theta_2, s_2) + z_{h>}(\omega, R_1, \theta_1, s_1) * dn_{h>}(t, R_2, \theta_2, s_2)] * d_{h>}(t, R_3, \theta_3) \quad (5.97b)$$

Odpowiedź impulsowa kanału dla N (N>0) przeszkód wypukłych zasłaniających punkt nadawania i obioru może być wyznaczona w następujący sposób.

Odpowiedź impulsowa pierwszej przeszkody jest dana przez funkcję $h_{s,h}(t)$, wyznaczoną w rozdziale 4-tym rozprawy. Na potrzeby aktualnych rozważań, zostanie ona oznaczona jako $h1K(t)$.

Odpowiedź impulsowa dwóch przeszkód dana jest sumą dwóch składników:

$$h2K(t) = h1K(t, \theta_1) * h1K(t, \theta_2) + h1K'(t) * d(t, \theta_2) \quad , \quad (5.98a)$$

gdzie $h1K'(t)$ powstaje przez podstawienie w odpowiedzi impulsowej $h1K(t)$ w miejsce $h1K(t, \theta_1)$ funkcji $z_{s,h}(t, \theta_1, s_1)$, a w miejsce funkcji $d_{s,h}(t, \theta_1)$, jeśli taka istnieje, wyrażenia na $dn_{s,h}(t, \theta_1, s_1)$.

Odpowiedź impulsowa trzech przeszkód jest sumą składników:

$$h3K(t) = h2K(t, \theta_1) * h1K(t, \theta_3) + h2K'(t) * d(t, \theta_3) \quad , \quad (5.98b)$$

gdzie $h2K'(t)$ powstaje przez podstawienie w odpowiedzi impulsowej $h2K(t)$ w miejsce $h1K(t, \theta_2)$ funkcji $z_{s,h}(t, \theta_2, s_2)$, a w miejsce funkcji $d_{s,h}(t, \theta_2)$, wyrażenia $dn_{s,h}(t, \theta_2, s_2)$.

Rozumowanie powyższe można uogólnić dla przypadku N > 2 przeszkód wypukłych „zaciemniających” punkt odbioru, co jest pokazane w (5.98c):

$$hNK(t) = hN1K(t, \theta_1) * h1K(t, \theta_N) + hN1K'(t) * d(t, \theta_N) \quad , \quad (5.98c)$$

gdzie $hN1K(t)$ jest odpowiedzią impulsową N-1 przeszkód wypukłych, a $hN1K'(t)$ powstaje przez podstawienie w odpowiedzi impulsowej $hN1K(t)$ w miejsce $h1K(t, \theta_{N-1})$ funkcji $z_{s,h}(t, \theta_{N-1}, s_{N-1})$, a w miejsce funkcji $d_{s,h}(t, \theta_{N-1})$, wyrażenia $dn_{s,h}(t, \theta_{N-1}, s_{N-1})$.

Zależność (5.98c) jest wzorem rekurencyjnym, który pozwala wyznaczyć odpowiedź impulsową N przeszkód wypukłych, startując od odpowiedzi impulsowej pierwszej przeszkody wypukłej. Na podstawie (5.98c) można stwierdzić, że w n-tym etapie (n=1,2,...N-1) procedury wyznaczania odpowiedzi impulsowej N przeszkód należy wyznaczyć zarówno odpowiedź impulsową $hNK(t)$, jak i zmodyfikowaną odpowiedź impulsową $hNK'(t)$, powstałą przez podmienienie dwóch funkcji w $hNK(t)$ w sposób opisany powyżej.

Na podstawie (5.89c) można wyrazić odpowiedź impulsową N przeszkód wypukłych dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ przy polaryzacji miękkiej oraz twardej odpowiednio wzorami (5.99a) oraz (5.99b), natomiast dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ wyrażeniami odpowiednio (5.99c) oraz (5.99d).

$$hNK_{s<}(t) = hN1K_{s<}(t, \theta_1) * h1K_{s<}(t, \theta_N) + hN1K'_{s<}(t) * d_{s<}(t, \theta_N) \quad (5.99a)$$

$$hNK_{h<}(t) = hN1K_{h<}(t, \theta_1) * h1K_{h<}(t, \theta_N) + hN1K'_{h<}(t) * d_{h<}(t, \theta_N) \quad (5.99b)$$

$$hNK_{s>}(t) = hN1K_{s>}(t, \theta_1) * h1K_{s>}(t, \theta_N) + hN1K'_{s>}(t) * d_{s>}(t, \theta_N) \quad (5.99c)$$

$$hNK_{h>}(t) = hN1K_{h>}(t, \theta_1) * h1K_{h>}(t, \theta_N) + hN1K'_{h>}(t) * d_{h>}(t, \theta_N) \quad (5.99d)$$

Ważną uwagą, dotyczącą rozważań w tym rozdziale rozprawy jest to, że na Rys 5.2, Rys. 5.8 oraz Rys. 5.9 został uwzględniony tylko jeden promień dochodzący od punktu nadawania do punktu odbioru. W przypadku uwzględnienia innych promieni docierających do punktu odbioru, należałoby dla każdego promienia oddzielnie wyznaczyć odpowiedź impulsową daną zależnościami (5.99a-d). Całkowita odpowiedź impulsowa byłaby sumą odpowiedzi impulsowych dla pojedynczych promieni.

Wyniki końcowe, przedstawione w tym rozdziale zostały w części opublikowane w [22] i dotyczyły scenariusza kaskady dwóch przeszkód wypukłych zasłaniających punkt nadawania oraz odbioru.

5.5. Podsumowanie

W rozdziale przedstawiona została procedura wyznaczenia odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych. W pierwszej kolejności sformułowano transmitancję kaskady dwóch przeszkód wypukłych (5.11). Odpowiednik czasowy jej pierwszego składnika (5.13), znaleziono korzystając wprost z wyników końcowych z rozdziału 4, co pozwoliło na wyprowadzenie składowej amplitudy odpowiedzi impulsowej kaskady dwóch przeszkód wypukłych. Odpowiednik czasowy jej drugiego składnika, (5.14), został otrzymany przez znalezienie postaci czasowej czynników $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$ oraz $D_{s,h}(\omega, R, \theta)$.

Po wyznaczeniu czynnika $Z_{s,h}(\omega, R, \theta, s)$, poprzez wykorzystanie (5.6), został on przetransformowany do dziedziny czasu poprzez wykorzystanie metod przedstawionych w rozdziale 4. Krótko został opisany również sposób wykorzystania aproksymacji

„vector fitting” w przypadku kaskady przeszkód wypukłych (5.28), natomiast aplikacja metody analitycznej doprowadziła do wyznaczenia trzech postaci funkcji $z_{s,h}(t,R,\theta,s)$, analogicznie do wyników z rozdziału 4. Pierwsza z nich została wyznaczona przy warunku $\xi_d \leq \xi_{dth}$, natomiast następne dwie dla warunku $\xi_d > \xi_{dth}$, przy $TH_n \geq 0$ oraz $TH_n \geq TH_{min}$. Odpowiednik czasowy $D_{s,h}(\omega,R,\theta)$ został znaleziony przy wykorzystaniu zależności między $Z_{s,h}(\omega,R,\theta,s)$ a $D_{s,h}(\omega,R,\theta,s)$ (5.7) oraz przez wykorzystanie procedury z rozdziału 4 dla przypadku $TH_n \geq 0$. W ten sposób powstały trzy funkcje $d_{s,h}(t,R,\theta,s)$: jedna przy warunku $\xi_d \leq \xi_{dth}$ oraz dwie przy warunku $\xi_d > \xi_{dth}$.

Odpowiednik czasowy drugiego składnika transmitancji (5.11) jest splotem funkcji $z_{s,h}(t,R,\theta,s)$ i $d_{s,h}(t,R,\theta)$. W ten sposób powstała składowa zbroca odpowiedzi impulsowej kaskady dwóch przeszkód wypukłych.

W podpunkcie 5.3 opisany został problem ciągłości wartości pola wokół granic cienia SSB. Ciągłość tą zapewniają odpowiednie postacie współczynników separacji. Zależą one od konkretnego scenariusza kanału. W rozprawie zostały wyprowadzone ich postacie dla scenariuszy spełniających pewne warunki, (5.70e-f), (5.71a-b), gdzie są one niezależne do ω i dane usystematyzowanymi wzorami. Został również pokazany przypadek scenariusza, w którym współczynnik separacji zależy od ω . Jednak dla wielkich częstotliwości, jakimi charakteryzuje się widmo impulsu UWB, współczynnik ten można przybliżyć stałą rzeczywistą, zależną tylko od parametrów scenariusza kanału.

Po opisanu zagadnienia ciągłości wartości pola wokół granic cienia SSB, w podpunkcie 5.4 wyprowadzona została odpowiedź impulsowa kaskady przeszkód wypukłych w ilości większej niż 2. W pierwszej kolejności zdefiniowana została transmitancja kaskady trzech przeszkód wypukłych (5.79b). W celu wyznaczenia jej odpowiednika w dziedzinie czasu, funkcja $Dn_{s,h}(\omega,R,\theta,s)$ została retransformowana. W wyniku wykorzystania metody analitycznej z rozdziału 4, otrzymane zostały 3 postacie funkcji $dn_{s,h}(t,R,\theta,s)$, analogicznie do przypadku $z_{s,h}(t,R,\theta,s)$.

Po wyznaczeniu odpowiedzi impulsowej trzech przeszkód wypukłych, został wyprowadzony przez analogię rekurencyjny wzór na odpowiedź impulsową N przeszkód wypukłych (5.98c). Pierwszy z jej składników jest składową amplitudy, natomiast drugi składową zbroca odpowiedzi impulsowej N przeszkód wypukłych.

6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

W tym rozdziale rozprawy zostaną przedstawione następujące wyniki i rozważania. W pierwszej kolejności będzie podjęty problem zminimalizowania złożoności obliczeniowej przy otrzymywaniu próbek odpowiedzi impulsowej N obiektów wypukłych, a tym samym przy wyznaczaniu postaci czasowej rozproszonego impulsu UWB na przeszkodach wypukłych. Następnie zostaną pokazane wyniki symulacji rozpraszania impulsu UWB na przeszkodach wypukłych. Równocześnie zostaną zweryfikowane, wyznaczone w rozdziałach 4 oraz 5, odpowiedzi impulsowe przeszkód wypukłych. Głównym celem weryfikacji, będzie potwierdzenie dokładności wyników, uzyskiwanych przy wykorzystaniu wyprowadzonych odpowiedzi impulsowych. Dokładność ta będzie oceniona przy użyciu wyników odniesienia, którymi będą rezultaty rozpraszania impulsu UWB, otrzymane przy przeprowadzeniu obliczeń w dziedzinie częstotliwości oraz wykorzystaniu jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera (*ang.* Inverse Fast Fourier Transform – IFFT). Wśród przedstawianych wyników symulacji pokazana będzie zależność rozsynchronizowania impulsu UWB (spowodowanego dyfrakcją na przeszkodach wypukłych) od jego pasma oraz parametrów przeszkód. Rozsynchronizowanie impulsu UWB będzie zdefiniowane, jako różnica między chwilami, dla których impuls nadany oraz zniekształcony, przyjmują wartości maksymalne (przy równoczesnym pominięciu opóźnień czasowych spowodowanych przez czynniki $\exp(-j\beta s)$ w transmitancji kanału z przeszkodą lub przeszkodami wypukłymi). Dla uproszczenia analizy rozpraszania impulsu UWB na kaskadzie przeszkód wypukłych, ich liczba zostanie ograniczona na 2. W rozdziale będzie pokazany sposób ilościowego scharakteryzowania rozpraszania impulsu UWB, na przykładzie sygnału, będącego drugą pochodną funkcji Gaussa. Zostaną przedstawione wyniki zależności wcześniej zdefiniowanego ilościowo rozpraszania impulsu od jego pasma oraz parametrów przeszkód wypukłych. Inne wyniki symulacji będą dotyczyły określenia związku między koniecznością uwzględnienia składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych a odległością między obiektami wypukłymi. Wszystkie wyniki obliczeń, które będą uzyskane przy wykorzystaniu odpowiedzi impulsowych, wyprowadzonych 5 rozdziale rozprawy, zostaną wyznaczone przy użyciu procedury minimalizującej złożoność obliczeniową. Procedura ta będzie opisana w następnym podpunkcie tego rozdziału.

6.1. Procedura obliczenia odpowiedzi impulsowej przeszkód wypukłych

W tym podpunkcie zostanie opisany sposób, w który można obliczyć odpowiedź impulsową kaskady przeszkód wypukłych ($N > 1$) przy zminimalizowanej złożoności obliczeniowej.

W pierwszej kolejności należy podkreślić, że główny wkład w czas potrzebny na obliczenie odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych, mają operacje splotu. Ich numeryczne rozwiązanie byłoby bardzo znacznym obciążeniem dla zasobów platformy komputerowej, wykorzystywanej przy symulacji propagacji sygnału UWB w kanale z przeszkodami wypukłymi. Wraz ze zwiększaniem się ilości przeszkód wypukłych złożoność obliczeniowa rosłaby w sposób wykładniczy.

W celu uniknięcia tak obciążających operacji numerycznych, przy obliczaniu odpowiedzi impulsowej przeszkód, w następującej części podpunktu zostanie przedstawiony sposób rozwiązania tej odpowiedzi przybliżona metodą analityczną.

Aby odpowiedź impulsową przeszkód wypukłych można było obliczyć w sposób analityczny, jej wszystkie składniki powinny być opisane w sposób analityczny. Wynika z tego, że funkcje $R_T(\text{TH}_n)$, $R_Z(\text{TH}_n)$, $R_D(\text{TH}_n)$ oraz $R_{Dn}(\text{TH}_n)$ należy aproksymować w przedziale wartości TH_n , wynikającym z wymagań symulacji (parametrów przeszkód wypukłych oraz długości trwania impulsu UWB). W celu uproszczenia wyznaczania splotów tych funkcji z innymi składnikami odpowiedzi impulsowej przeszkód wypukłych, powinny być one aproksymowane funkcjami potęgowymi, jakimi jest większość składników $h_{NK}(t)$. Wymaganie to wynika z faktu, że wyniki splotu między funkcjami potęgowymi (szeregiami typu x^n), można znaleźć w prosty sposób, a ich rezultaty są również funkcjami potęgowymi. Funkcje $R_T(\text{TH}_n)$, $R_Z(\text{TH}_n)$, $R_D(\text{TH}_n)$ oraz $R_{Dn}(\text{TH}_n)$ można aproksymować funkcjami potęgowymi o różnej postaci. Na potrzeby przeprowadzenia symulacji, których wyniki zostaną przedstawione w kolejnych podpunktach rozdziału, funkcje $R_T(\text{TH}_n)$, $R_Z(\text{TH}_n)$, $R_D(\text{TH}_n)$ oraz $R_{Dn}(\text{TH}_n)$ zostały aproksymowane następującymi szeregami:

$$R_T(\text{TH}_n) \approx \sum_{k=1}^7 r_{Tk} \cdot t^{\frac{7+k}{6}}, \quad (6.1a)$$

$$R_Z(\text{TH}_n) \approx \sum_{k=1}^7 r_{Zn} \cdot t^{\frac{7+k}{6}}, \quad (6.1b)$$

$$R_D(TH_n) \approx \sum_{k=1}^7 r_{Dk} \cdot t^{\frac{7+k}{6}}, \quad (6.1c)$$

$$R_Z(TH_n) \approx \sum_{k=1}^7 r_{Dnk} \cdot t^{\frac{7+k}{6}}, \quad (6.1d)$$

gdzie wartości współczynników r_{Tn} , r_{Tn} , r_{Tn} oraz r_{Tn} wyznaczone są przy wykorzystaniu algorytmu optymalizacyjnego, minimalizującego błąd aproksymacji. Takim algorytmem może być np. algorytm genetyczny. Po wykorzystaniu aproksymacji (6.1a-d), prawie każdy składnik odpowiedzi impulsowej przeszkód wypukłych ma postać potęgową funkcji t . Wyjątkiem są funkcje czasu, które zostały wyznaczone poprzez zastosowanie odwrotnej transformaty Laplace'a na składnikach transmitancji $HNK(\omega)$, zawierających funkcję strefy przejściowej. Innym problemem do rozwiązania jest fakt przyjmowania wartości nieskończonych przy $t=0$, dla części ze składników $hNK(t)$. Problem występowania punktów osobliwych w składnikach $hNK(t)$ można rozwiązać wykorzystując następującą własność operacji splotu:

$$x_1(t) * \int x_2(t) dt = \int x_1(t) * x_2(t) dt. \quad (6.2)$$

Własność (6.2) można uogólnić do wzoru:

$$\underbrace{\int \dots \int}_n x_1(t) dt * \underbrace{\int \dots \int}_m x_2(t) dt = y_1^n(t) * y_2^m(t) = \underbrace{\int \dots \int}_{n+m} x_1(t) * x_2(t) dt = p(t). \quad (6.3)$$

Na podstawie (6.3), można stwierdzić, że wynik splotu dwóch funkcji $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$, posiadających osobliwości, można otrzymać przez scałkowanie tych funkcji odpowiednio n oraz m krotnie, w celu trzymania funkcji $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$, które nie przyjmują wartości nieskończonych. Następnie wynik splotu funkcji $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$, powinien być zróżniczkowany $m+n$ krotnie, w celu znalezienia rozwiązania splotu $x_1(t)$ oraz $x_2(t)$:

$$x_1(t) * x_2(t) = \frac{d^{m+n} p(t)}{dt^{m+n}}. \quad (6.4)$$

Całki funkcji potęgowych są również funkcjami potęgowymi, co pozwala na proste znalezienie splotów funkcji $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$. Wyjątkiem są składniki odpowiedzi impulsowej $hNK(t)$, proporcjonalne do:

$$fsp(t) = \frac{d^k}{dt^k} \left(\frac{1}{\sqrt{t}(t+a)} \right), \quad (6.5)$$

gdzie a to stała zależna od parametrów przeszkody wypukłej, wzajemnego rozmieszczenia przeszkód, punktów nadawania i odbioru oraz prędkości propagacji fali w powietrzu, a k przyjmuje wartość 0 lub 1. W przypadku (6.5) funkcje $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$ są proporcjonalne do zależności:

$$csp(t) = a \tan(\sqrt{B \cdot t}), \quad (6.6)$$

gdzie B jest stałą zależną od scenariusza kanału i prędkości v_p . Analityczne wyznaczenie splotów funkcji typu (6.6) z innymi funkcjami, nie jest łatwe, jeżeli tylko jest możliwe. Jeśli jest możliwe, to wynik splotu jest funkcją, która jest jeszcze trudniejsza do splecenia przy kolejnej iteracji obliczania odpowiedzi impulsowej $N+1$ przeszkód. W celu rozwiązania tego problemu funkcja (6.6) zostanie aproksymowana następującą zależnością:

$$csp(t) = \begin{cases} a_1^k B \cdot t + a_0^k \sqrt{B \cdot t} & \text{for } B \cdot t < (B \cdot t)_T \\ a_3^k + \frac{a_2^k}{\sqrt{B \cdot t}} & \text{for } B \cdot t \geq (B \cdot t)_T \end{cases}, \quad (6.7)$$

gdzie współczynniki a_n^k ($n=1,2,3,4$) oraz wartość progowa $(B \cdot t)_T$ są wyznaczone przy wykorzystaniu algorytmu optymalizacyjnego minimalizującego błąd aproksymacji $csp(t)$. Indeks górny k w współczynnikach a_n^k oznacza, że w przypadku splatania funkcji (6.6) z funkcją potęgową ($k=1$) zestaw wartości współczynników a_n^k jest inny, niż w przypadku splatania dwóch funkcji typu $csp(t)$ ($k=2$). Wynika to z faktu, że w pierwszym przypadku optymalizujemy aproksymację jednej funkcji, natomiast w drugim, minimalizowany musi być wynik splotu dwóch funkcji typu (6.6). W efekcie przy $k=2$ można uzyskać lepsze wyniki aproksymacji z tego względu, że błąd aproksymacji pierwszej z funkcji splatanych może być pomniejszany o przeciwny (pod względem znaku) błąd aproksymacji drugiej ze splatanych funkcji. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że opisany fakt następuje. Wartości optymalizowanych stałych zależą od konkretnej implementacji algorytmu optymalizacyjnego.

Przy wykorzystaniu aproksymacji (6.1a-d) oraz (6.7) wszystkie funkcje $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$, których wzajemne sploty należy obliczyć, w celu wyznaczenia uproszczonej odpowiedzi impulsowej $hNK(t)$, mają postać funkcji potęgowej, proporcjonalnej do t^w , gdzie $w \in \mathbb{R}$. Dla uproszczenia rozważań, opisanych w dalszej części podpunktu, wyniki splotów funkcji $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$, zostaną wyrażone wzorem:

$$yy^{m+n}(t) = A \cdot t^{w_1} * t^{w_2} = A \cdot g(t), \quad (6.8)$$

gdzie stała A zależy od scenariusza kanału oraz wartości v_p , natomiast postać funkcji $g(t)$ zależy od wartości wykładnika w_1 oraz w_2 w splatanych funkcjach $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$.

W dalszym ciągu zostaną przedstawione funkcje $g(t)$ dla przypadku wyznaczenia uproszczonej odpowiedzi impulsowej kaskady dwóch przeszkód wypukłych $-h2N(t)$ – przy $\xi_d \leq \xi_{dth}$, gdy w (6.7) wystarczająca jest aproksymacja dla $B \cdot t < (B \cdot t)_T$.

W takim scenariuszu wartości wykładników w splatanych funkcjach $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$ mają wartości $1/6$, $5/6$ lub $1/2$ lub 1 , co w wyniku daje funkcje $g(t)$ dane w tabeli:

Tabela 6.1. Funkcje $g(t)$ przy wyznaczaniu $h2N(t)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$

$g(t)$	$g(t)$	Szczegóły użytych stałych
$\sqrt{t} * \sqrt{t}$	$\frac{\pi}{8} \cdot t^2$	---
$\sqrt{t} * \sqrt[6]{t}$	$\frac{3}{40} B_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2} \right) \cdot t^{\frac{5}{3}}$	$B_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2} \right) = \frac{\Gamma \left(\frac{1}{6} \right) \Gamma \left(\frac{1}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{2}{3} \right)}$
$\sqrt{t} * \sqrt[6]{t^5}$	$\frac{15}{112} B_1 \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{2} \right) \cdot t^{\frac{7}{3}}$	$B_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2} \right) = \frac{\Gamma \left(\frac{5}{6} \right) \Gamma \left(\frac{1}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{4}{3} \right)}$
$\sqrt[6]{t} * \sqrt[6]{t^5}$	$\frac{5}{12} {}_2F_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, 1 \right) \cdot t^2$	${}_2F_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, 1 \right) = \Gamma \left(\frac{5}{6} \right) \Gamma \left(\frac{7}{6} \right)$
$\sqrt[6]{t} * \sqrt[6]{t}$	$\frac{3}{8} {}_2F_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, 1 \right) \cdot t^{\frac{4}{3}}$	${}_2F_1 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, 1 \right) = \frac{\Gamma \left(\frac{1}{6} \right) \Gamma \left(\frac{7}{6} \right)}{\Gamma \left(\frac{1}{3} \right)}$
$\sqrt[6]{t^5} * \sqrt[6]{t^5}$	$\frac{3}{16} {}_2F_1 \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{11}{6}, 1 \right) \cdot t^{\frac{8}{3}}$	${}_2F_1 \left(\frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{11}{6}, 1 \right) = \frac{\Gamma \left(\frac{5}{6} \right) \Gamma \left(\frac{11}{6} \right)}{\Gamma \left(\frac{5}{3} \right)}$
$t^1 * t^u$	$\frac{1}{(u+1)(u+2)} \cdot t^{u+2}$	$u \in \left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, 1 \right\}$

gdzie $B_1(a,b)$ oraz ${}_2F_1(a_1,a_2,b_1,x)$ są odpowiednio funkcją beta oraz uogólnioną funkcją hipergeometryczną [1]. W celu wyznaczenia uproszczonej odpowiedzi impulsowej $h_2K(t)$, pokazane w tabeli 6.1 funkcje $g(t)$, muszą być zróżniczkowane $m+n$ krotnie.

Przy znalezieniu odpowiedzi impulsowej $N>1$ przeszkód wypukłych dla $\xi_d > \xi_{dth}$ (transmisja UWB z wykorzystaniem nośnej), wykorzystane będą wyniki uzyskane w rozdziałach 4 oraz 5, zbieżne dla dowolnych wartości TH_n . Ze względu na rozbieżność (4.38) od (4.33b) dla $TH_n < TH_{min}$, wyniki aproksymacji z 4-go i 5-go rozdziału, które są dokładne przy $TH_n \geq TH_{min}$, nie będą wykorzystywane w obliczaniu uproszczonej postaci odpowiedzi impulsowej $h_2K(t)$. Przyczyną jest to, że na potrzeby operacji analitycznych, opisanych wcześniej, wymagane jest zdefiniowanie funkcji $h_{s,h}(t)$ z rozdziału 4 i $z_{s,h}(t)$, $d_{s,h}(t)$ oraz $dn_{s,h}(t)$ z rozdziału 5 w dziedzinie ciągłej t , której lewa granica wynosi 0.

Aby znaleźć uproszczoną odpowiedź impulsową $h_2K(t)$ dla $\xi_d > \xi_{dth}$, należy wykorzystać (6.1a-d). Założone zostanie, tak jak przy $\xi_d \leq \xi_{dth}$, że aproksymacja (6.7) dla przedziału $B \cdot t < (B \cdot t)_T$ jest wystarczająca (wartość θ musi być większa od 0). W opisanym scenariuszu wartości wykładników w splatanych funkcjach $y_1^n(t)$ oraz $y_2^m(t)$ mają wartości $1/2$, $(7+v)/6$ lub 1, co w wyniku daje funkcje $g(t)$ dane w tabeli 6.2. Wartości v w wyrażeniu $(7+v)/6$ należą w przypadku funkcji $h_{s,h}(t)$, $z_{s,h}(t)$, $d_{s,h}(t)$ oraz $dn_{s,h}(t)$, do zbiorów odpowiednio $\{-4,-3,\dots,2\}$, $\{-6,-5,\dots,0\}$, $\{0,1,\dots,6\}$ oraz $\{-2,-1,\dots,4\}$.

Tabela 6.2. Funkcje $g(t)$ przy wyznaczaniu $h_2N(t)$ dla $\xi_d > \xi_{dth}$

$g(t)$	$g(t)$
$\sqrt{t} * \sqrt{t}$	$\frac{\pi}{8} \cdot t^2$
$\sqrt{t} * t^{\frac{7+v}{6}}$	$\frac{5+2v}{3(16+v)} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{16+n}{6}\right)} \cdot t^{\frac{17+v}{6}}$
$t^{\frac{7+v_1}{6}} * t^{\frac{7+v_2}{6}}$	$\frac{6}{v_2+13} {}_2F_1\left(\frac{-(v_1+7)}{6}, \frac{v_2+13}{6}, \frac{v_2+19}{6}, 1\right) \cdot t^{\frac{21+v_2+2v_1}{6}}$
$t * t^u$	$\frac{1}{(u+1)(u+2)} \cdot t^{2+u} \quad u \in \left\{\frac{7+n}{6}, \frac{1}{2}, 1\right\}$

W celu wyznaczenia uproszczonej odpowiedzi impulsowej $h_2K(t)$ dla transmisji z wykorzystaniem nośnej funkcje $g(t)$, pokazane w tabeli 6.2, muszą być zróżniczkowane $m+n$ krotnie.

Poprzez wykorzystanie opisanej procedury, powstają nowe uproszczone postacie odpowiedzi impulsowych $h2K(t)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ oraz $\xi_d > \xi_{dth}$. Składają się ona ze składników proporcjonalnych do t^w . Z tego względu można je przedstawić wzorem:

$$h2K(t) = \sum_{m=1}^M A_{2m} t^{w_{2m}}, \quad (6.9a)$$

gdzie stałe A_{2m} oraz w_{2m} zależą od scenariusza kanału propagacyjnego i są wyznaczone przez program realizujący algorytm, opisujący procedurę, przedstawioną w tym podpunkcie. Na potrzeby obliczenia w dalszej kolejności uproszczonej odpowiedzi impulsowej $h3K(t)$, musi być wcześniej znaleziona również uproszczona postać funkcji $h2K'(t)$ (5.98c). Funkcja (6.9a) zawiera M najbardziej znaczących składników. Ich ilość zależy od wyniku kompromisu między dokładnością obliczeń, a złożonością obliczeniową.

Obliczenie funkcji $h3K(t)$ dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$ oraz $\xi_d > \xi_{dth}$ należy przeprowadzić w analogiczny sposób do tego, zastosowanego dla $h2K(t)$. Funkcjami splatanymi przy obliczaniu odpowiedzi impulsowej kaskady trzech przeszkód wypukłych, będą składniki uproszczonej $h2K(t)$ i aproksymowanej funkcji $h_{s,h}(t)$ trzeciej przeszkody oraz składniki uproszczonej $h2K'(t)$ i aproksymowanej $d_{s,h}(t)$ trzeciej przeszkody, przy wcześniejszym wykorzystaniu aproksymacji (6.1a) i (6.7) oraz (6.1c) i (6.7). Otrzymana odpowiedź impulsowa $h3K(t)$ ma postać analogiczną do (6.9a). Tak jak w poprzednim przypadku, dążąc do rozwiązania odpowiedzi impulsowej 4-ech przeszkód wypukłych, trzeba obliczyć również najbardziej znaczące składniki funkcji $h3K'(t)$. Należy tego dokonać poprzez wykonanie uproszczonej procedury splotu $h2K(t)$ z aproksymowaną funkcją $z_{s,h}(t)$ trzeciej przeszkody oraz $h2K(t)$ z aproksymowaną funkcją $dn_{s,h}(t)$ trzeciej przeszkody. Należy przy tym wykorzystać (6.1b) i (6.7) oraz (6.1d) i (6.7).

Konkludując, uproszczona odpowiedź impulsowa N przeszkód wypukłych, obliczana jest poprzez splecenie, w opisany w tym podpunkcie sposób, następujących funkcji. Pierwszą splataną parą jest funkcja $hN1K(t)$ (oznaczenie $N1$ odpowiada $N-1$ przeszkodzie), zawierająca M otrzymanych wcześniej najbardziej znaczący składników oraz aproksymacja funkcji $h_{s,h}(t)$ N -tej przeszkody, stworzona ze składników proporcjonalnych do t^w . Drugą parą jest uproszczona $hN1K'(t)$ oraz aproksymowana funkcja $d_{s,h}(t)$ N tej przeszkody. Przy pierwszej splatanej parze wykorzystywane są (6.1a) oraz (6.7), natomiast przy drugiej, (6.1c) oraz (6.7). Uproszczone funkcję $hNK(t)$, otrzymaną

poprzez wykorzystanie procedury, opisanej w tym podpunkcie, można najogólniej przedstawić wzorem:

$$hNK(t) = \sum_{m=1}^M A_{Nm} t^{w_{Nm}}, \quad (6.9b)$$

gdzie stałe A_{Nm} oraz w_{Nm} zależą od scenariusza kanału propagacyjnego i są wyznaczone w trakcie realizacji kodu programu realizującego algorytm, opisujący procedurę, przedstawioną w tym podpunkcie.

Wyniki zaprezentowane w tym podpunkcie zostały również częściowo opublikowane w [21] i [24].

6.2. Weryfikacja numeryczna odpowiedzi impulsowych przeszkód wypukłych

W tym podpunkcie zaprezentowane zostaną rezultaty weryfikacji numerycznej opracowanych odpowiedzi impulsowych: $h_{s,h}(t)$ z rozdziału 4-go (metoda analityczno-numeryczna oraz analityczna) oraz $h2K_{s,h}(t)$ z rozdziału 5-go, obliczonej metodą opisaną w podpunkcie 6.2. Odpowiedź impulsowa $h_{s,h}(t)$ będzie wykorzystana do wyznaczenia postaci zniekształconego impulsu UWB na pojedynczej przeszkodzie wypukłej. Natomiast odpowiedź impulsowa $h2K_{s,h}(t)$ użyta zostanie do symulacji dyfrakcji sygnału UWB na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych. W obydwu przypadkach będą wykorzystane po dwa kształty impulsu UWB. Pierwszym z nich będzie impuls w paśmie podstawowym (druga pochodna funkcji Gaussa), natomiast widmo częstotliwości drugiego z nich będzie rozłożone wokół częstotliwości nośnej. W przypadku impulsu Gaussa będą zweryfikowane odpowiedzi impulsowe dla przypadku gdy $\xi_d \leq \xi_{dth}$, natomiast poprzez użycie impulsu z nośną, sprawdzone zostaną analogiczne funkcje dla $\xi_d > \xi_{dth}$. Weryfikacja będzie polegała na porównaniu wyników, otrzymanych przy wykorzystaniu opracowanych odpowiedzi impulsowych z tymi, pochodzącymi z obliczeń przeprowadzonych bezpośrednio w dziedzinie częstotliwości przy późniejszym użyciu szybkiej odwrotnej transformaty Fouriera.

Impulsy, które będą wykorzystane w symulacjach dane są wzorami (6.10) – impuls Gaussa oraz (6.11) – impuls modulujący nośną :

$$p_G(t, t_c, a) = \left[1 - 4\pi \left(\frac{t - t_c}{a} \right)^2 \right] e^{-2\pi \left(\frac{t - t_c}{a} \right)^2}, \quad (6.10)$$

$$p_s(t, f_c, k) = \left(\frac{8 \cdot k}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1 + e^{\frac{2\pi^2 f_c^2}{k}}}} e^{-k \cdot t^2} \cos(2\pi f_c \cdot t). \quad (6.11)$$

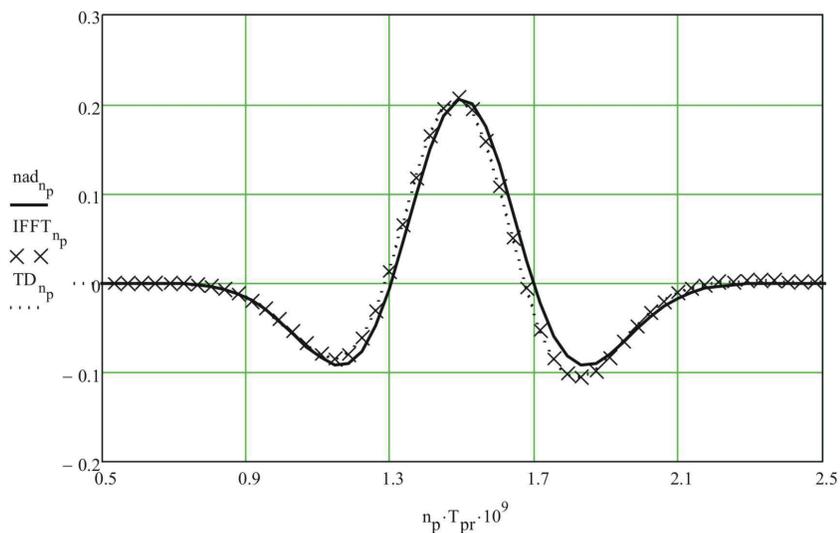
Do parametrów impulsów (6.10) oraz (6.11) należą:

- t_c – środkowy argument impulsu (czas trwania impulsu wynosi $2 \cdot t_c$),
- a – czas trwania części impulsu, na który przypada większość energii impulsu (za pomocą parametru a można regulować szerokość pasma impulsu (6.10)),
- f_c – wartość częstotliwości nośnej,
- k – parametr, od którego zależy szerokość pasma impulsu (6.11).

6.2.1. Wyniki symulacji dyfrakcji na pojedynczej przeszkodzie wypukłej

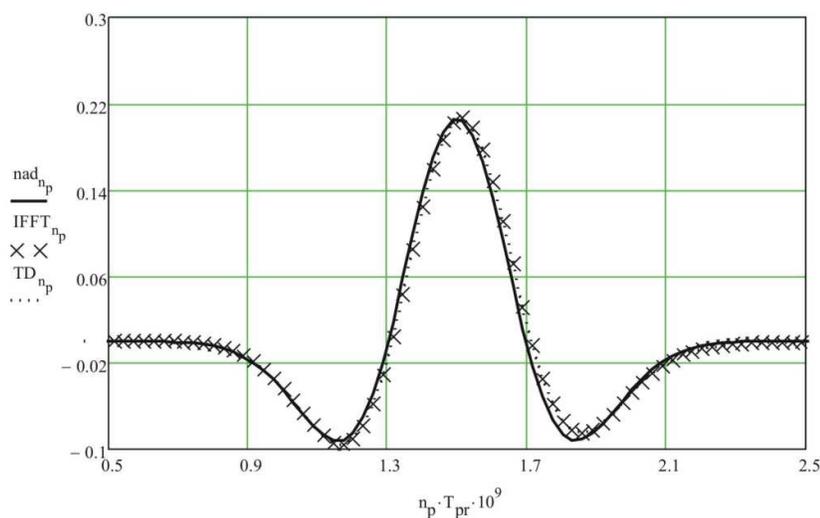
W pierwszej kolejności przedstawione zostaną rezultaty symulacji propagacji impulsu Gaussa na przeszkodzie wypukłej o promieniu z równym 0,25m, przy kątach θ należących zbioru $\{0,01; 0,1; 0,5\}$, dla polaryzacji miękkiej oraz polaryzacji twardej, przy odległościach punktu nadawania od przeszkody oraz przeszkody od punktu odbioru równych 1m. Wyniki są pokazane na Rys. 6.1a-f. Na rysunkach zestawiono kształty impulsu nadanego o parametrach $t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$ i amplitudzie znormalizowanej do wartości amplitudy impulsu zniekształconego, obliczonego bezpośrednio w dziedzinie czasu – TD_{np} oraz przez operacje przeprowadzone w dziedzinie częstotliwości - IFFT_{np} . W operacji splotu wykorzystana została analityczna odpowiedź impulsowa dla $\xi_d \leq \xi_{\text{dth}}$. Oznaczenie n_p jest numerem próbki poszczególnych impulsów, a T_{pr} okresem próbkowania równym 20ps. Oś czasu jest wyskalowana w ns. W obliczeniach nie są brane pod uwagę czynniki opóźniające. Na wszystkich rysunkach oraz w tabelach, przedstawionych w tym rozdziale, oznaczenia pol. s oraz pol. h odnoszą się do polaryzacji odpowiednio miękkiej oraz twardej.

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5ns$, $a=0,7ns$, $R=0,25m$, $\theta = 0,01$)



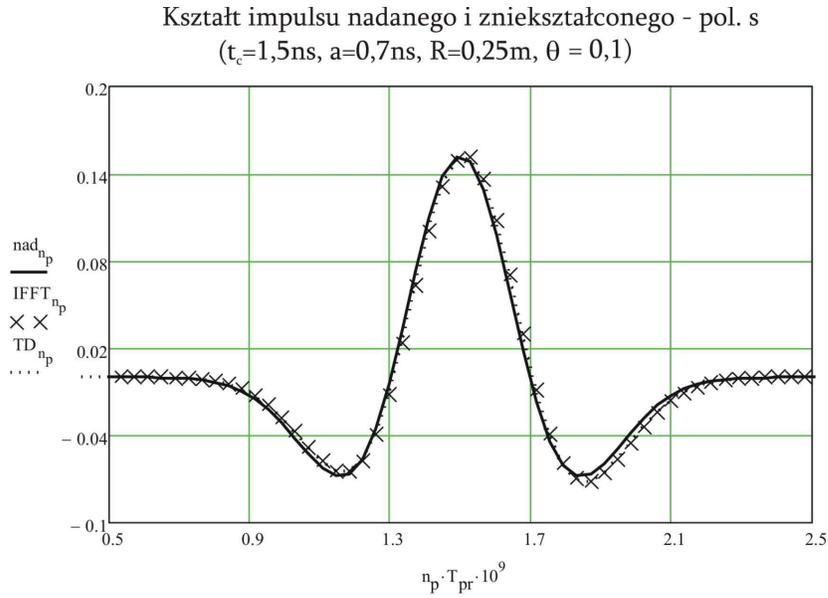
Rys. 6.1a. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,01$; $|NQ'|=|QO|=1m$, polaryzacja miękka

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5ns$, $a=0,7ns$, $R=0,25m$, $\theta = 0,01$)

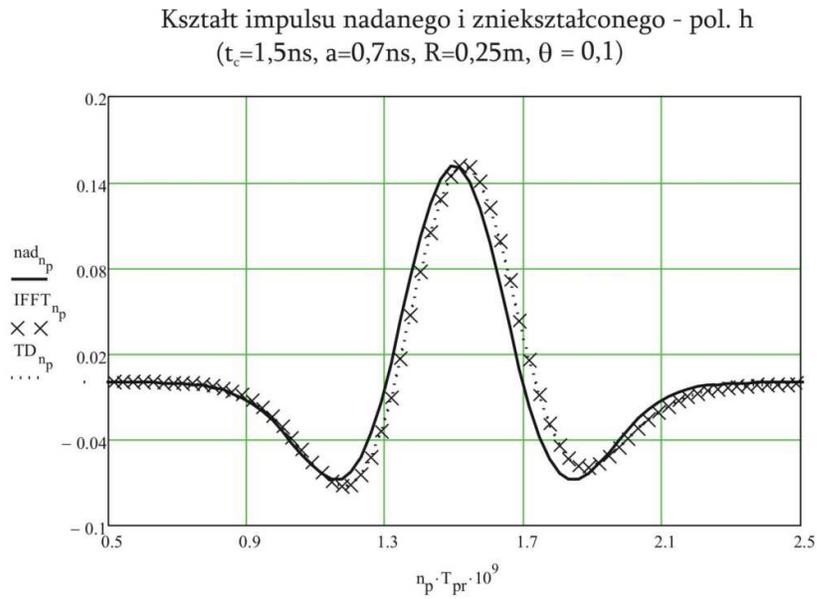


Rys. 6.1b. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,01$; $|NQ'|=|QO|=1m$, polaryzacja twarda

6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne



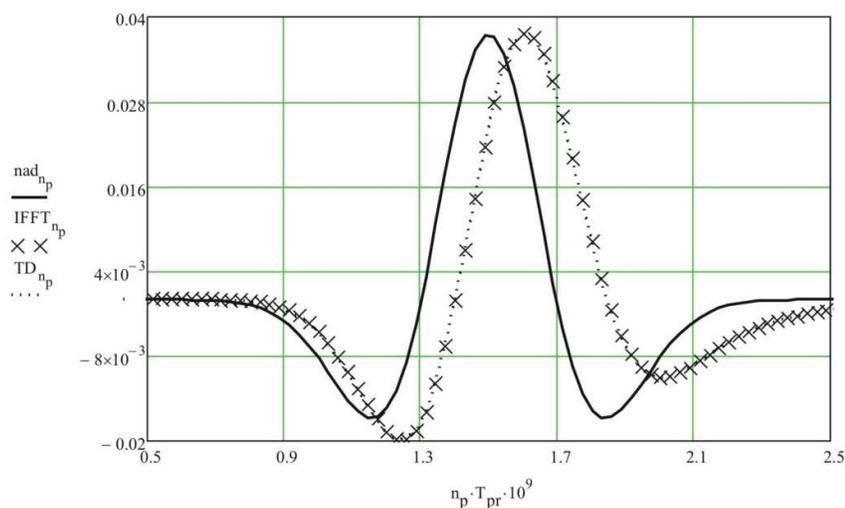
Rys. 6.1c. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,1$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja miękka



Rys. 6.1d. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,1$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

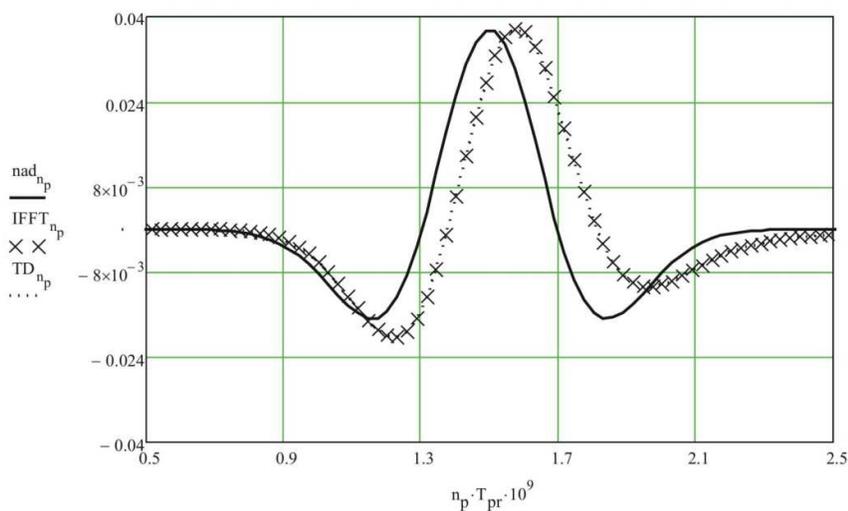
6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,25\text{m}$, $\theta = 0,5$)



Rys. 6.1e. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,5$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja miękka

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,25\text{m}$, $\theta = 0,5$)

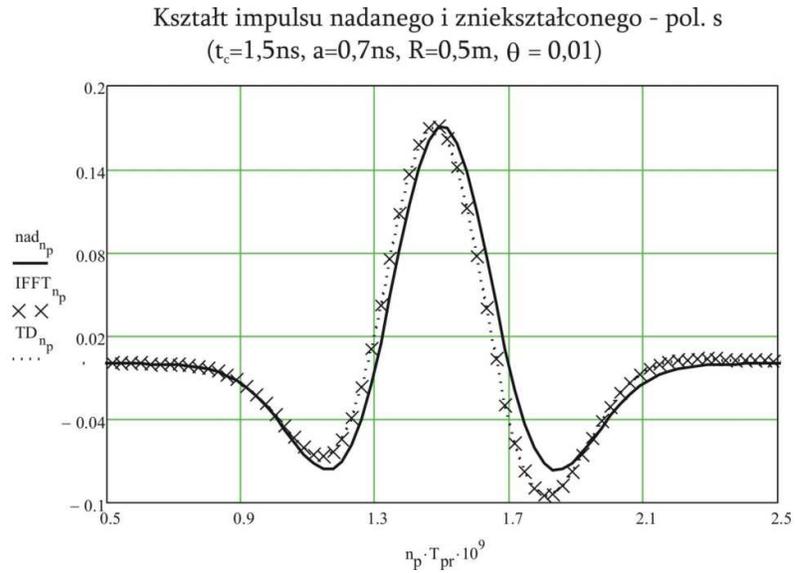


Rys. 6.1f. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,25$;
 $\theta=0,5$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

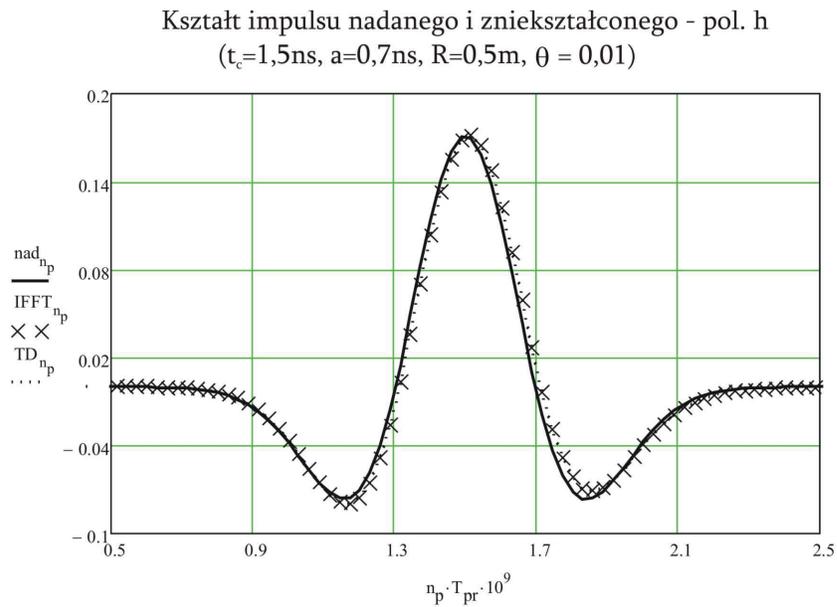
Na Rys. 6.2a-f przedstawione są wyniki analogiczne do tych pokazanych na Rys. 6.1-a-f. Różnica między Rys. 6.1a-f, a Rys. 6.2a-f, polega na tym, że zmieniona została wartość promienia przeszkody, a w operacji splotu wykorzystana została analityczno-

6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

numeryczna odpowiedź impulsowa przeszkody, wyznaczona przy zastosowaniu algorytmu „vector fitting”.

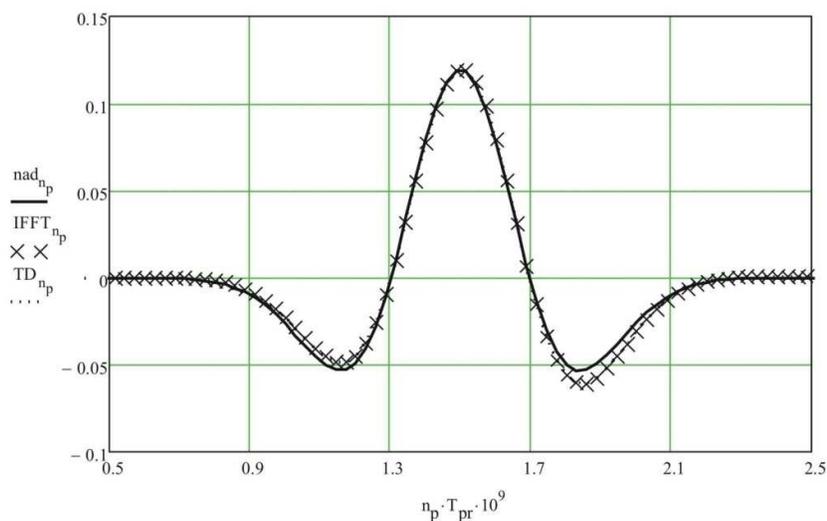


Rys. 6.2a. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,01$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja miękka



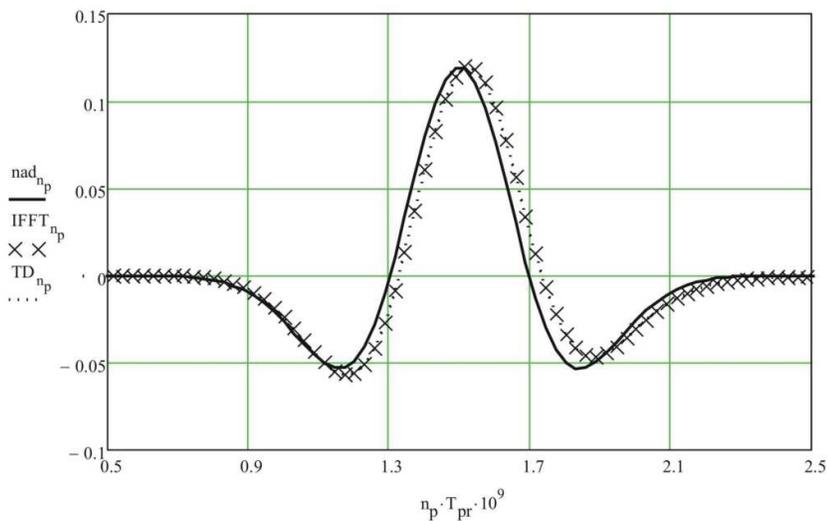
Rys. 6.2b. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,01$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,5\text{m}$, $\theta = 0,1$)



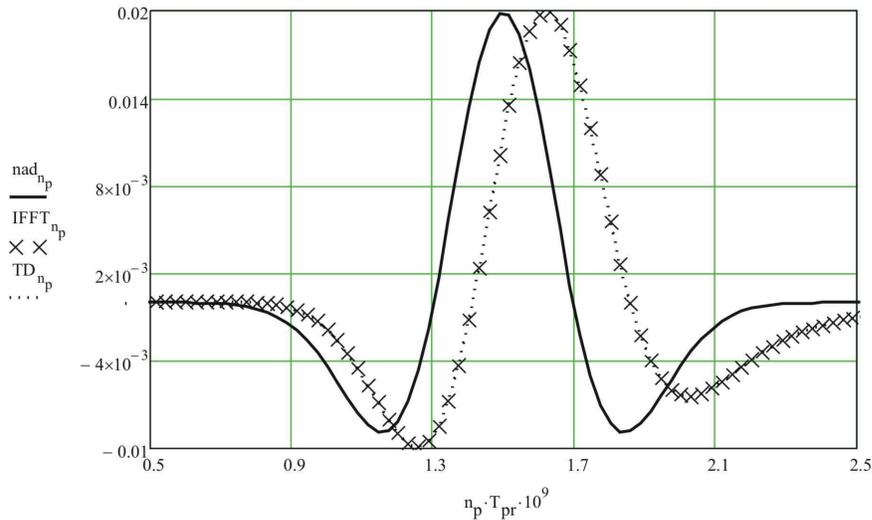
Rys. 6.2c. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,1$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,5\text{m}$, $\theta = 0,1$)



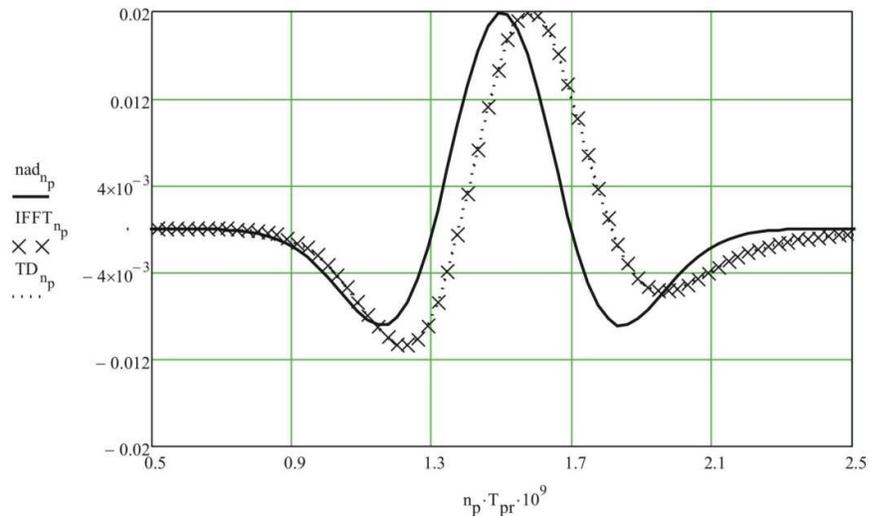
Rys. 6.2d. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,1$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,5\text{m}$, $\theta = 0,5$)



Rys. 6.2e. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,5$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,5\text{m}$, $\theta = 0,5$)



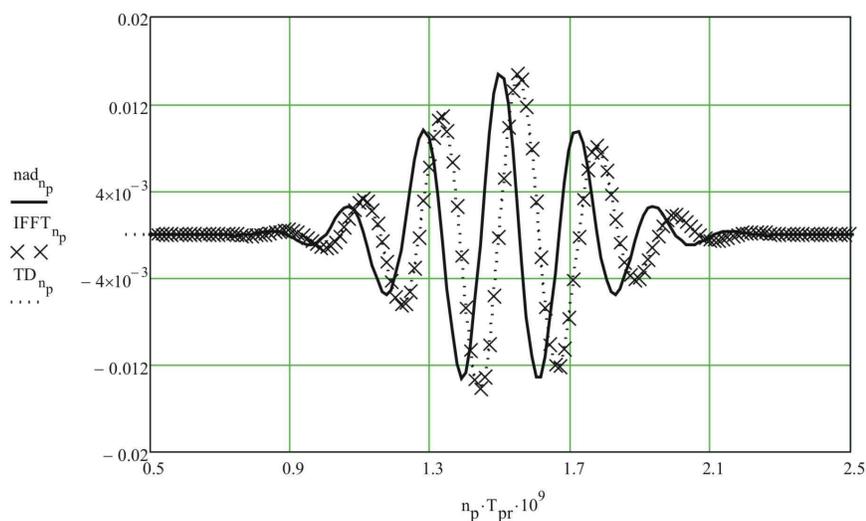
Rys. 6.2d. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa w scenariuszu: $R=0,5$;
 $\theta=0,5$; $|NQ'|=|QO|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

W dalszej części podpunktu zestawione będą wyniki rozpraszania impulsu UWB z nośną, danego wzorem (6.11). Parametry nadanego impulsu UWB to: $f_c=5,5\text{GHz}$, $k=3 \cdot 10^3$ (co odpowiada pasmu impulsu $B_p=1,125\text{GHz}$), $t_c=1,5\text{ns}$. Promień przeszkody wypukłej wynosi 50m , natomiast kąt θ należy do zbioru $\{0,1; 0,5\}$. Częstotliwość prób-

6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

kowania $T_{pr}=8ps$. Wartości R oraz θ zostały tak dobrane, aby można było wykorzystać w operacji splotu analityczną odpowiedź impulsową dla przypadku $\xi_d > \xi_{dth}$ (wartość ξ_d dla najmniejszej częstotliwości, przy której widmo impulsu UWB przyjmuje wartość niezerową, musi być większa od ξ_{dth}). Wartość ξ_{dth} została ustalona na 1.2 (tabela 4.2a oraz 4.2b). Z dwóch dostępnych postaci odpowiedzi impulsowych, opracowanych dla $\xi_d > \xi_{dth}$, wybrana została ta dla przypadku $TH_n \geq TH_{min}$. Brakujące wartości próbek przy $TH_n < TH_{min}$ uzyskano wyznaczając wartości $R_T(TH_n)$ dla $TH_n < TH_{min}$. Odległości między punktem nadawania a przeszkodą oraz przeszkodą a punktem odbioru są równe i wynoszą 10m. Obliczenia zostały wykonane dla polaryzacji miękkiej oraz twardej.

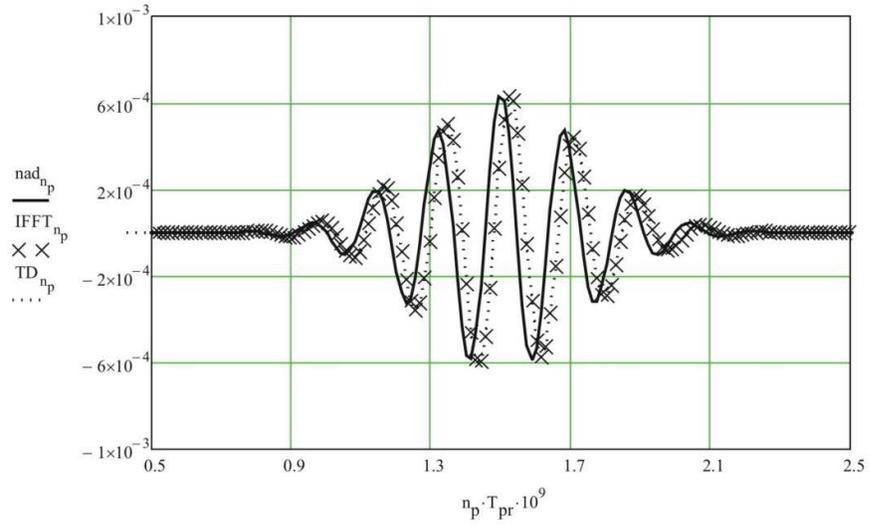
Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5ns$, $f_c=5,5GHz$, $k=3 \cdot 10^3$, $R=50m$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.3a. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) w scenariuszu: $R=50$;
 $\theta=0,1; |NQ|=|QO|=10m$, polaryzacja miękka

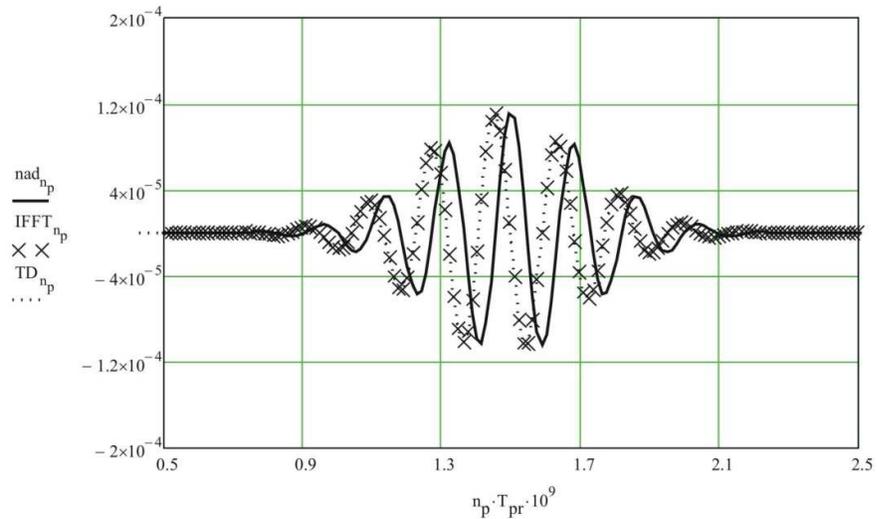
6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,1$)

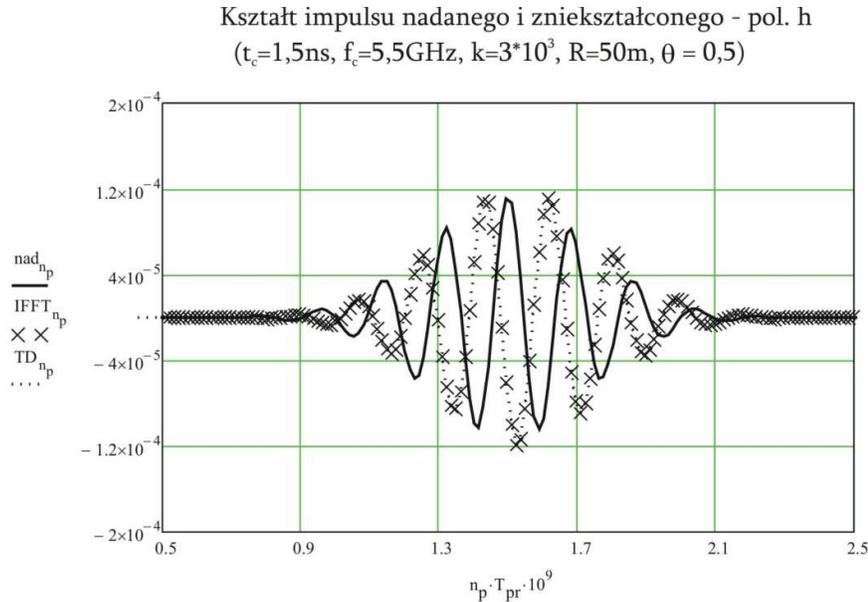


Rys. 6.3b. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) w scenariuszu: $R=50$;
 $\theta=0,1$; $|NQ'|=|QO|=10\text{m}$, polaryzacja twarda

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,5$)



Rys. 6.3c. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) w scenariuszu: $R=50$;
 $\theta=0,5$; $|NQ'|=|QO|=10\text{m}$, polaryzacja miękka



Rys. 6.3d. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) w scenariuszu: $R=50$;
 $\theta=0,5; |NQ|=|QO|=10\text{m}$, polaryzacja twarda

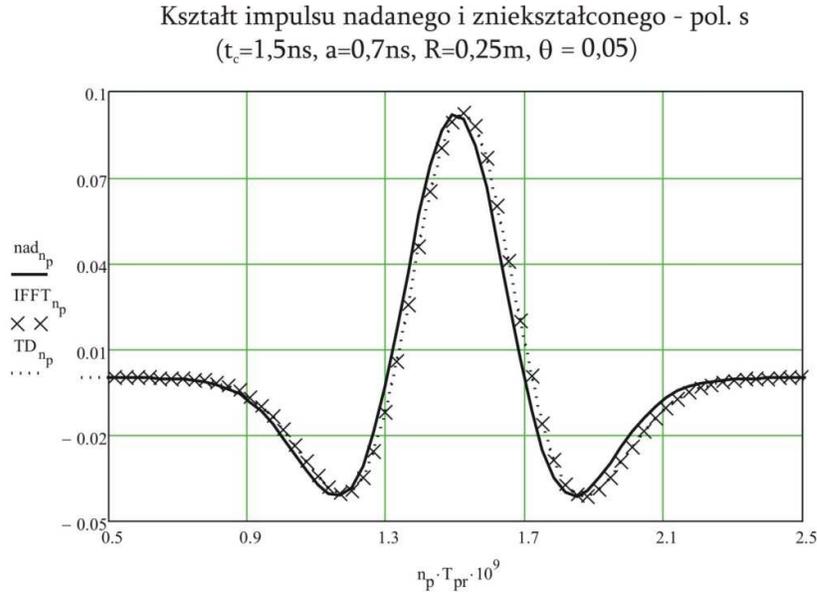
Na rysunkach 6.1a-f, 6.2a-f, 6.3a-d pokazane zostały wyniki weryfikacji odpowiedzi impulsowych wyprowadzonych w rozdziale 4-tym. Na podstawie analizy rysunków można stwierdzić, że wyniki rozpraszania przykładowych impulsów UWB na wybranych przeszkodach wypukłych, obliczone poprzez wykorzystanie operacji splotu i te otrzymane przy użyciu IFFT są ze sobą zgodne. Fakt ten potwierdza, że zweryfikowane odpowiedzi impulsowe są poprawne.

6.2.2. Wyniki symulacji dyfrakcji na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych

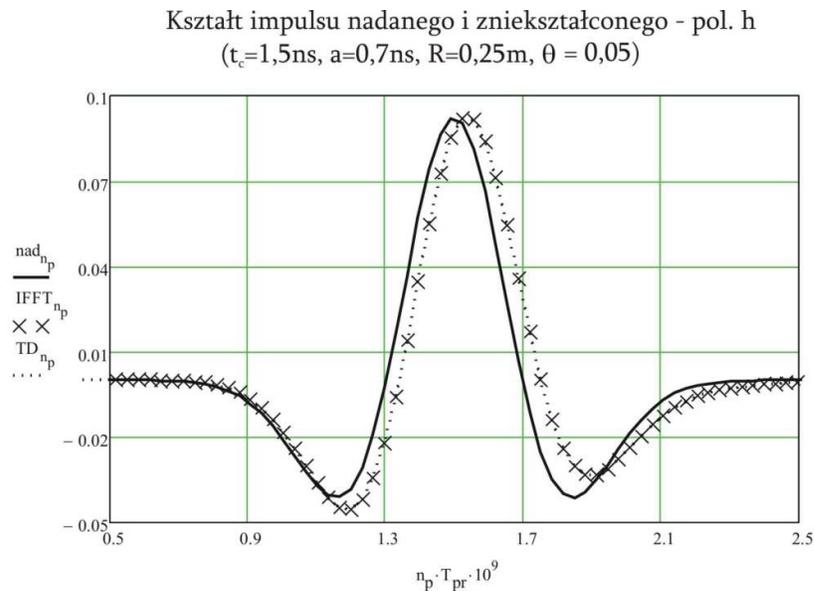
W tym podpunkcie pokazane będą wyniki symulacji propagacji sygnału UWB na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych. W symulacjach zostały wykorzystane impulsy o parametrach takich samych, jak w przypadku dyfrakcji na pojedynczej przeszkodzie wypukłej oraz impuls (6.11) o wartości częstotliwości nośnej równej 4,5 GHz, którego pozostałe parametry są takie same, jak tego z $f_c = 5,5$ GHz. Na Rys. 6.4a-d pokazane są rezultaty rozpraszania impulsu Gaussa w scenariuszu z parametrami $R_1=R_2=R=0,25\text{m}$, $\theta_1=\theta_2=\theta \in \{0,05; 0,1\}$ (Rys. 5.2) i odlegościami punktu nadawania od pierwszej przeszkody, pierwszej przeszkody od drugiej oraz drugiej przeszkody od punktu odbioru równymi po 1 m. Natomiast w przypadku Rys. 6.5a-d, analogiczne odległości wynoszą po 10 m, $R = 50\text{m}$, a $\theta = 0,1$. Na Rys. 6.4a-d wyniki splotu zostały

6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

otrzymane przez wykorzystanie uproszczonej odpowiedzi impulsowej dla $\xi_d \leq \xi_{dth}$, obliczonej wcześniej według procedury opisanej w podpunkcie 6.1. Analogiczna uproszczona odpowiedź impulsowa dla $\xi_d > \xi_{dth}$ była użyta do kalkulacji w dziedzinie czasu, których wyniki pokazane są na Rys. 6.5a-d. Na każdym rysunku przedstawione są rezultaty odniesienia uzyskane przy pomocy IFFT.



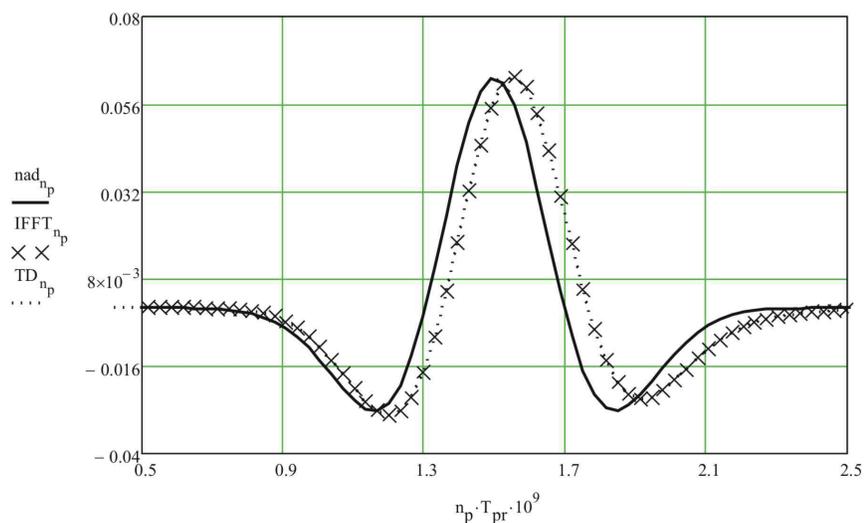
Rys. 6.4a. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=0,25$; $\theta=0,05$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=1m$, polaryzacja miękka



Rys. 6.4b. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=0,25$; $\theta=0,05$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=1m$, polaryzacja twarda

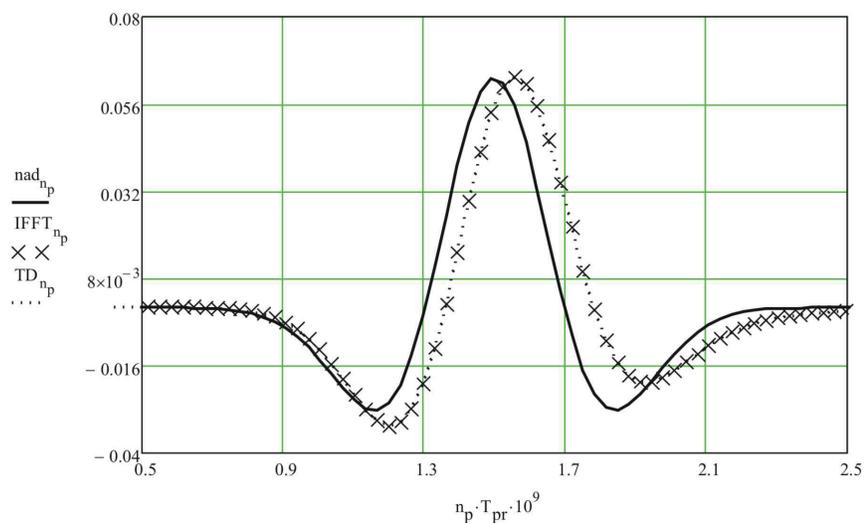
6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,25\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.4c. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=0,25$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=1\text{m}$, polaryzacja miękka

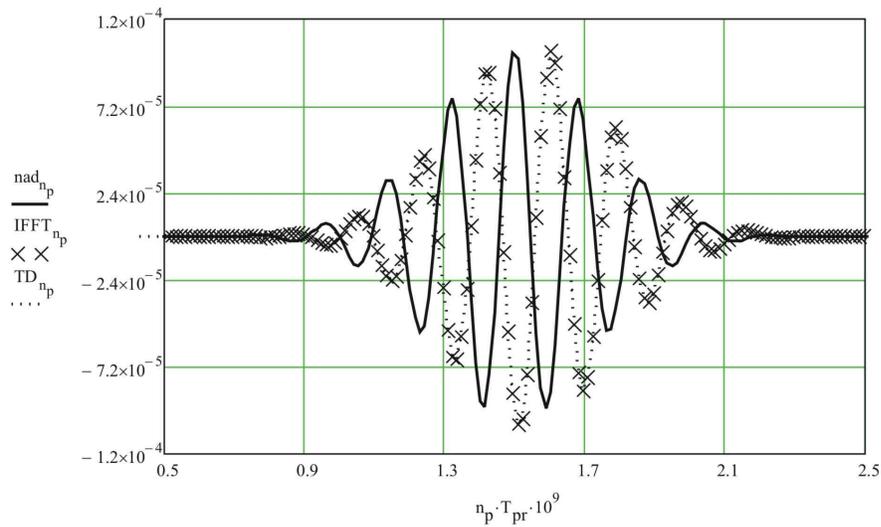
Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $a=0,7\text{ns}$, $R=0,25\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.4b. Nadany oraz zniekształcony impuls Gaussa na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=0,25$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=1\text{m}$, polaryzacja twarda

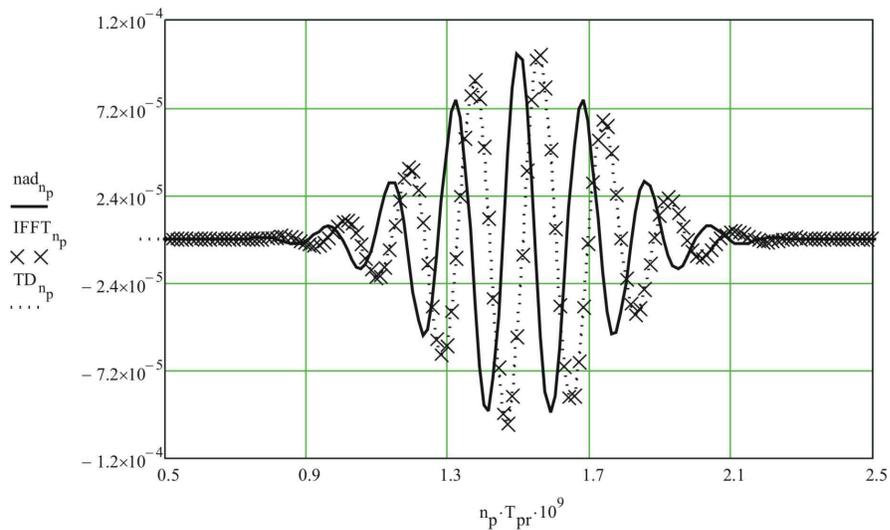
6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.5a. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=50\text{m}$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=10\text{m}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, polaryzacja miękka

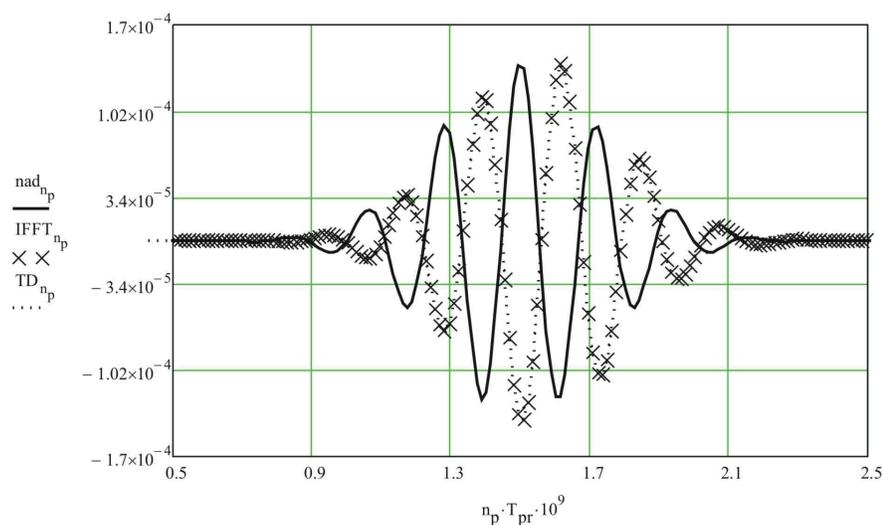
Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.5b. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=50\text{m}$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=10\text{m}$, $f_c=5,5\text{GHz}$, polaryzacja twarda

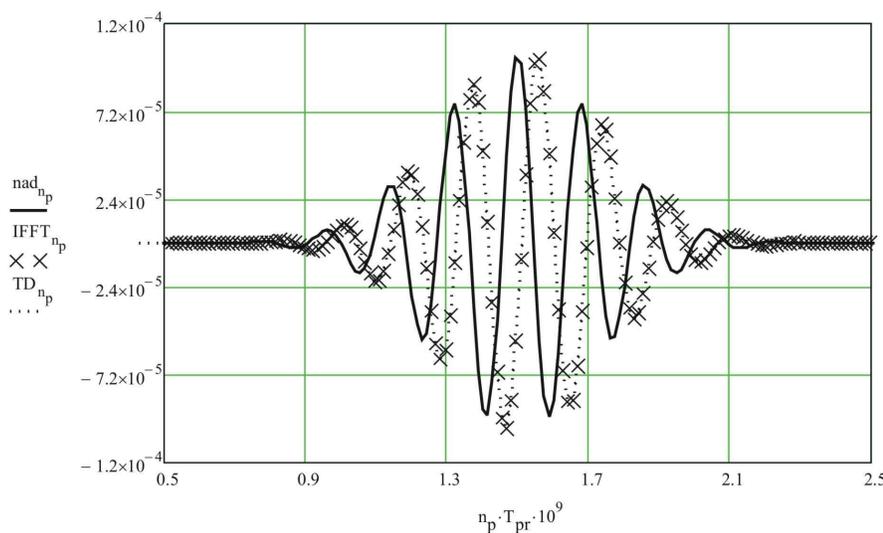
6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. s
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=4,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.5c. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=50\text{m}$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=10\text{m}$, $f_c=4,5\text{GHz}$, polaryzacja miękka

Kształt impulsu nadanego i zniekształconego - pol. h
 ($t_c=1,5\text{ns}$, $f_c=4,5\text{GHz}$, $k=3\cdot 10^3$, $R=50\text{m}$, $\theta = 0,1$)



Rys. 6.5d. Nadany oraz zniekształcony impuls (6.11) na dwóch przeszkodach wypukłych w scenariuszu: $R=50\text{m}$; $\theta=0,1$; $|NQ_1'|=|Q_1O_2'|=|Q_2O|=10\text{m}$, $f_c=4,5\text{GHz}$, polaryzacja twarda

Analiza Rys. 6.4a-d oraz Rys. 6.5a-d, prowadzi do wniosku, że tak, jak w przypadku wyników zniekształcenia impulsów UWB na pojedynczej przeszkodzie, również wyniki symulacji dyfrakcji na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych, uzyskane przy

wykorzystania operacji splotu oraz IFFT są ze sobą zgodne. Pokazuje to, że opracowana w rozdziale 4 odpowiedź impulsowa przy $\xi_d > \xi_{dth}$ dla $TH_n > 0$, odpowiedź impulsowa opracowana w rozdziale 5 oraz procedura uproszczenia jej obliczenia, są poprawne i dają w wyniku dokładne rezultaty symulacji propagacji impulsów UWB na przeszkodach wypukłych.

6.3. Wyniki symulacji rozsynchronizowania impulsu UWB na przeszkodzie wypukłej

W podpunkcie przedstawione zostaną wyniki rozsynchronizowania impulsu Gaussa, spowodowanego dyfrakcją na przeszkodzie wypukłej. Jest ono zdefiniowane jako różnica między chwilami, dla których impuls nadany oraz zniekształcony przyjmują wartości maksymalne. Usunięty jest przy tym wpływ wszystkich czynników opóźniających typu $\delta(t-t_d)$. Rezultaty przeprowadzonych symulacji dla wybranych scenariuszy są pokazane w postaci zależności rozsynchronizowania (dodatkowego opóźnienia) od szerokości pasma impulsu UWB. Wyniki zestawione są w tabelach 6.1-6.3. Pasma impulsu UWB (B_p) regulowane było poprzez zmianę wartości parametru a od 1,2 do 0,1 ns. Dodatkowe opóźnienie zostało wyrażone w ps, a parametr K% oznacza procentowy udział opóźnienia w wartości parametru a , odpowiedzialnego za długość trwania impulsu

Tabela 6.1. Dodatkowe opóźnienie impulsu zniekształconego przy $R=0,25m$; $\theta=0,1$

R=0,25m; $\theta=0,1$; pol. h				R=0,25m; $\theta=0,1$; pol. s			
Lp.	B_p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%	Lp.	B_p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%
1	0,59	45,78	3,81	1	0,59	11,44	0,95
2	0,61	41,96	3,64	2	0,61	11,44	0,99
3	0,64	41,96	3,80	3	0,64	11,44	1,04
4	0,67	40,05	3,79	4	0,67	13,35	1,26
5	0,70	38,15	3,78	5	0,70	13,35	1,32
6	0,74	38,15	3,97	6	0,74	13,35	1,39
7	0,77	36,24	3,97	7	0,77	15,26	1,67
8	0,82	34,33	3,97	8	0,82	13,35	1,54
9	0,86	32,42	3,97	9	0,86	13,35	1,63
10	0,92	30,52	3,97	10	0,92	15,26	1,98
11	0,98	30,52	4,23	11	0,98	15,26	2,11
12	1,05	28,61	4,25	12	1,05	15,26	2,26
13	1,13	24,80	3,96	13	1,13	13,35	2,13
14	1,22	24,80	4,29	14	1,22	13,35	2,31

6. Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Tabela 6.1 (c. d.)

15	1,33	22,89	4,31	15	1,33	15,26	2,88
16	1,46	20,98	4,35	16	1,46	15,26	3,16
17	1,62	20,98	4,83	17	1,62	15,26	3,51
18	1,82	19,07	4,93	18	1,82	15,26	3,94
19	2,08	15,26	4,50	19	2,08	11,44	3,37
20	2,42	13,35	4,58	20	2,42	11,44	3,93
21	2,89	13,35	5,48	21	2,89	11,44	4,70
22	3,60	11,44	5,85	22	3,60	11,44	5,85
23	4,77	9,54	6,45	23	4,77	9,54	6,45
24	7,05	7,63	7,63	24	7,05	7,63	7,63

Tabela 6.2. Dodatkowe opóźnienie impulsu zniekształconego przy $R=0,25m$; $\theta=0,5$

R=0,25m; $\theta=0,5$; pol. h				R=0,25m; $\theta=0,5$; pol. s			
Lp.	B _p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%	Lp.	B _p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%
1	0,59	114,44	9,54	1	0,59	150,68	12,56
2	0,61	108,72	9,44	2	0,61	146,87	12,75
3	0,64	104,90	9,50	3	0,64	143,05	12,95
4	0,67	103,00	9,75	4	0,67	141,14	13,36
5	0,70	99,18	9,83	5	0,70	137,33	13,61
6	0,74	95,37	9,93	6	0,74	135,42	14,09
7	0,77	93,46	10,24	7	0,77	131,61	14,41
8	0,82	87,74	10,14	8	0,82	125,89	14,55
9	0,86	83,92	10,27	9	0,86	122,07	14,93
10	0,92	80,11	10,41	10	0,92	118,26	15,37
11	0,98	78,20	10,84	11	0,98	114,44	15,86
12	1,05	74,39	11,04	12	1,05	110,63	16,42
13	1,13	68,66	10,97	13	1,13	104,90	16,76
14	1,22	64,85	11,21	14	1,22	101,09	17,48
15	1,33	61,04	11,51	15	1,33	95,37	17,98
16	1,46	57,22	11,86	16	1,46	89,65	18,58
17	1,62	51,50	11,84	17	1,62	85,83	19,74
18	1,82	47,68	12,32	18	1,82	80,11	20,70
19	2,08	41,96	12,37	19	2,08	72,48	21,37
20	2,42	38,15	13,10	20	2,42	64,85	22,26
21	2,89	32,42	13,32	21	2,89	59,13	24,28
22	3,60	28,61	14,62	22	3,60	51,50	26,32
23	4,77	22,89	15,48	23	4,77	41,96	28,39
24	7,05	17,17	17,17	24	7,05	34,33	34,33

Tabela 6.3. Dodatkowe opóźnienie impulsu zniekształconego przy $R=2,5m$; $\theta=0,1$

R=2,5m; $\theta=0,1$; pol. h				R=2,5m; $\theta=0,1$; pol. s			
Lp.	B _p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%	Lp.	B _p [GHz]	Opóźnienie [ps]	K%
1	0,59	57,22	4,77	1	0,59	-261,31	21,78
2	0,61	53,41	4,64	2	0,61	-246,05	21,36
3	0,64	51,50	4,66	3	0,64	-228,88	20,73
4	0,67	49,59	4,69	4	0,67	-211,72	20,04
5	0,70	47,68	4,73	5	0,70	-196,46	19,48
6	0,74	47,68	4,96	6	0,74	-181,20	18,86
7	0,77	45,78	5,01	7	0,77	-164,03	17,97
8	0,82	41,96	4,85	8	0,82	-150,68	17,42
9	0,86	40,05	4,90	9	0,86	-135,42	16,57
10	0,92	38,15	4,96	10	0,92	-122,07	15,86
11	0,98	36,24	5,02	11	0,98	-106,81	14,80
12	1,05	36,24	5,38	12	1,05	-93,46	13,87
13	1,13	32,42	5,18	13	1,13	-83,92	13,40
14	1,22	30,52	5,28	14	1,22	-70,57	12,20
15	1,33	28,61	5,39	15	1,33	-59,13	11,15
16	1,46	26,70	5,53	16	1,46	-47,68	9,88
17	1,62	24,80	5,70	17	1,62	-38,15	8,77
18	1,82	22,89	5,91	18	1,82	-28,61	7,39
19	2,08	19,07	5,62	19	2,08	-20,98	6,19
20	2,42	17,17	5,89	20	2,42	-13,35	4,58
21	2,89	15,26	6,27	21	2,89	-7,63	3,13
22	3,60	13,35	6,82	22	3,60	-1,91	0,97
23	4,77	11,44	7,74	23	4,77	3,81	2,58
24	7,05	7,63	7,63	24	7,05	5,72	5,72

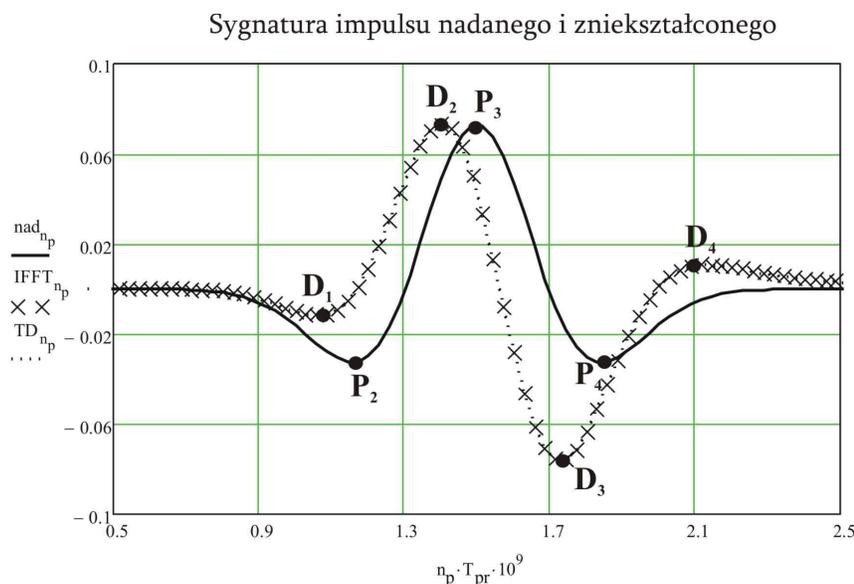
6.4. Zależność rozpraszania i tłumienia impulsu UWB od szerokości jego pasma

W tym podpunkcie zostaną przedstawione wyniki symulacji postaci rozproszonego impulsu Gaussa w zależności od jego szerokości pasma, a także tłumienia impulsu zdefiniowanego jako stosunek maksymalnej wartości impulsu padającego do maksymalnej wartości impulsu zniekształconego.

W celu zdefiniowania zniekształcenia impulsu UWB, określona zostanie miara tego zniekształcenia. Miarą tą będą parametry punktów charakterystycznych impulsu. Przeprowadzone badania pokazały, że zniekształcony impuls może mieć do pięciu punktów charakterystycznych (wrażnych ekstremów). Parametrami tych ekstremów będą wartość oraz chwila czasu. W ten sposób można zdefiniować dwa rodzaje sygnatur

6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

impulsu. Pierwszą z nich jest sygnatura wartości, a drugą, czasowa. Kolejność punktów charakterystycznych impulsu jest następująca. Punkt nr 3 (D_3, P_3), Rys. 6.6, jest punktem o maksymalnej wartości bezwzględnej (punkt D_3 ma większą wartość bezwzględną



Rys. 6.6. Sygnatura impulsu Gaussa.

niż D_2). Punkty nr 2 oraz 1, to kolejne ekstrema na lewo (jeżeli nie występują, to ich wartość jest 0). Punkty nr 4 i 5 to kolejne ekstrema na prawo od punktu nr 3. Wartość punktu charakterystycznego nr n na impulsie zniekształconym jest oznaczona w tabelach 6.4-6.7 jako $A(D_n)$. Parametry D_z oraz D_n oznaczają odległość między chwilami, w których impuls odpowiednio zniekształcony oraz nadany zanikają od strony chwil późniejszych i wcześniejszych.

Tabela 6.4. Parametry zniekształconego impulsu Gaussa przy $R=0,25m$; $\theta=0,1$; pol. twarda

R=0,25m; $\theta=0,1$, pol. h									
Lp.	B [GHz]	Tłumienie	A(D1)	A(D2)	A(D3)	A(D4)	A(D5)	Dz	Dn
1	0,59	2,33	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	2,47	2,37
2	0,61	2,34	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	2,38	2,27
3	0,64	2,35	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	2,28	2,18
4	0,67	2,36	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	2,18	2,08
5	0,70	2,37	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	2,08	1,99
6	0,74	2,39	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	1,99	1,90
7	0,77	2,40	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	1,89	1,80
8	0,82	2,42	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	1,79	1,71
9	0,86	2,43	0,00	-0,47	1,00	-0,40	0,00	1,69	1,61

6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Tabela 6.4 (c. d.)

10	0,92	2,45	0,00	-0,47	1,00	-0,39	0,00	1,60	1,52
11	0,98	2,47	0,00	-0,47	1,00	-0,39	0,00	1,50	1,42
12	1,05	2,49	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	1,40	1,33
13	1,13	2,52	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	1,30	1,24
14	1,22	2,54	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	1,21	1,14
15	1,33	2,57	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	1,11	1,05
16	1,46	2,61	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	1,01	0,95
17	1,62	2,65	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	0,91	0,86
18	1,82	2,70	0,00	-0,48	1,00	-0,39	0,00	0,81	0,76
19	2,08	2,75	0,00	-0,48	1,00	-0,38	0,00	0,72	0,67
20	2,42	2,82	0,00	-0,48	1,00	-0,38	0,00	0,62	0,57
21	2,89	2,91	0,00	-0,48	1,00	-0,38	0,00	0,52	0,48
22	3,60	3,03	0,00	-0,48	1,00	-0,37	0,00	0,42	0,39
23	4,77	3,21	0,00	-0,49	1,00	-0,37	0,00	0,32	0,29
24	7,05	3,51	0,00	-0,49	1,00	-0,36	0,00	0,22	0,20

Tabela 6.5. Parametry zniekształconego impulsu Gaussa przy $R=0,25m$; $\theta=0,1$; pol. miękka

R=0,25m; $\theta=0,1$, pol. s									
Lp.	B [GHz]	Tłumienie	A(D1)	A(D2)	A(D3)	A(D4)	A(D5)	Dz	Dn
1	0,59	6,54	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	2,33	2,37
2	0,61	6,54	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	2,25	2,27
3	0,64	6,54	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	2,16	2,18
4	0,67	6,53	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	2,06	2,08
5	0,70	6,53	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	1,97	1,99
6	0,74	6,53	0,00	-0,42	1,00	-0,49	0,00	1,88	1,90
7	0,77	6,54	0,00	-0,42	1,00	-0,48	0,00	1,79	1,80
8	0,82	6,54	0,00	-0,42	1,00	-0,48	0,00	1,70	1,71
9	0,86	6,54	0,00	-0,43	1,00	-0,48	0,00	1,61	1,61
10	0,92	6,55	0,00	-0,43	1,00	-0,48	0,00	1,52	1,52
11	0,98	6,56	0,00	-0,43	1,00	-0,47	0,00	1,43	1,42
12	1,05	6,58	0,00	-0,43	1,00	-0,47	0,00	1,34	1,33
13	1,13	6,60	0,00	-0,43	1,00	-0,47	0,00	1,25	1,24
14	1,22	6,62	0,00	-0,43	1,00	-0,46	0,00	1,15	1,14
15	1,33	6,65	0,00	-0,43	1,00	-0,46	0,00	1,06	1,05
16	1,46	6,69	0,00	-0,44	1,00	-0,46	0,00	0,97	0,95
17	1,62	6,74	0,00	-0,44	1,00	-0,45	0,00	0,88	0,86
18	1,82	6,81	0,00	-0,44	1,00	-0,45	0,00	0,78	0,76
19	2,08	6,90	0,00	-0,44	1,00	-0,44	0,00	0,69	0,67
20	2,42	7,02	0,00	-0,45	1,00	-0,43	0,00	0,60	0,57
21	2,89	7,19	0,00	-0,45	1,00	-0,42	0,00	0,51	0,48
22	3,60	7,44	0,00	-0,46	1,00	-0,41	0,00	0,41	0,39
23	4,77	7,84	0,00	-0,46	1,00	-0,40	0,00	0,32	0,29
24	7,05	8,59	0,00	-0,48	1,00	-0,38	0,00	0,22	0,20

6.Uproszczona odpowiedź impulsowa przeszkód wypukłych i symulacje numeryczne

Tabela 6.6. Parametry zniekształconego impulsu Gaussa przy $R=0,25m$; $\theta=1$; pol. twarda

R=0,25m; $\theta=1$, pol. h									
Lp.	B [GHz]	Tłumienie	A(D1)	A(D2)	A(D3)	A(D4)	A(D5)	Dz	Dn
1	0,59	6,95	0,00	-0,57	1,00	-0,25	0,00	2,99	2,37
2	0,61	7,10	0,00	-0,57	1,00	-0,25	0,00	2,88	2,27
3	0,64	7,26	0,00	-0,58	1,00	-0,24	0,00	2,77	2,18
4	0,67	7,43	0,00	-0,58	1,00	-0,24	0,00	2,66	2,08
5	0,70	7,61	0,00	-0,58	1,00	-0,24	0,00	2,55	1,99
6	0,74	7,82	0,00	-0,58	1,00	-0,24	0,00	2,43	1,90
7	0,77	8,04	0,00	-0,58	1,00	-0,23	0,00	2,32	1,80
8	0,82	8,28	0,00	-0,59	1,00	-0,23	0,00	2,20	1,71
9	0,86	8,55	0,00	-0,59	1,00	-0,23	0,00	2,09	1,61
10	0,92	8,85	0,00	-0,59	1,00	-0,23	0,00	1,97	1,52
11	0,98	9,19	0,00	-0,59	1,00	-0,22	0,00	1,86	1,42
12	1,05	9,57	0,00	-0,60	1,00	-0,22	0,00	1,74	1,33
13	1,13	10,00	0,00	-0,60	1,00	-0,21	0,00	1,62	1,24
14	1,22	10,50	0,00	-0,60	1,00	-0,21	0,00	1,51	1,14
15	1,33	11,08	0,00	-0,61	1,00	-0,21	0,00	1,39	1,05
16	1,46	11,78	0,00	-0,61	1,00	-0,20	0,00	1,27	0,95
17	1,62	12,62	0,00	-0,62	1,00	-0,19	0,00	1,15	0,86
18	1,82	13,65	0,00	-0,63	1,00	-0,19	0,00	1,04	0,76
19	2,08	14,98	0,00	-0,63	1,00	-0,18	0,00	0,92	0,67
20	2,42	16,73	0,00	-0,64	1,00	-0,17	0,00	0,80	0,57
21	2,89	19,17	0,00	-0,65	1,00	-0,16	0,00	0,67	0,48
22	3,60	22,86	0,00	-0,67	1,00	-0,15	0,00	0,55	0,39
23	4,77	29,09	0,00	-0,69	1,00	-0,13	0,00	0,42	0,29
24	7,05	42,07	0,00	-0,73	1,00	-0,10	0,00	0,30	0,20

Tabela 6.7. Parametry zniekształconego impulsu Gaussa przy $R=0,25m$; $\theta=1$; pol. miękka

R=0,25m; $\theta=1$, pol. s									
Lp.	B [GHz]	Tłumienie	A(D1)	A(D2)	A(D3)	A(D4)	A(D5)	Dz	Dn
1	0,59	91,03	0,00	-0,62	1,00	-0,20	0,00	3,53	2,37
2	0,61	94,35	0,00	-0,63	1,00	-0,19	0,00	3,42	2,27
3	0,64	98,00	0,00	-0,63	1,00	-0,19	0,00	3,30	2,18
4	0,67	102,06	0,00	-0,64	1,00	-0,18	0,00	3,18	2,08
5	0,70	106,58	0,00	-0,64	1,00	-0,18	0,00	3,07	1,99
6	0,74	111,65	0,00	-0,65	1,00	-0,17	0,00	2,95	1,90
7	0,77	117,37	0,00	-0,66	1,00	-0,16	0,00	2,84	1,80
8	0,82	123,88	0,00	-0,66	1,00	-0,16	0,00	2,72	1,71
9	0,86	131,34	0,00	-0,67	1,00	-0,15	0,00	2,61	1,61
10	0,92	139,96	0,00	-0,68	1,00	-0,14	0,00	2,49	1,52
11	0,98	150,03	0,00	-0,69	1,00	-0,13	0,00	2,36	1,42
12	1,05	161,94	0,00	-0,69	1,00	-0,13	0,00	2,23	1,33

Tabela 6.7 (c. d.)

13	1,13	176,22	0,00	-0,70	1,00	-0,12	0,00	2,10	1,24
14	1,22	193,58	0,00	-0,71	1,00	-0,11	0,00	1,97	1,14
15	1,33	215,10	0,00	-0,72	1,00	-0,10	0,00	1,85	1,05
16	1,46	242,32	0,00	-0,72	1,00	-0,09	0,00	1,73	0,95
17	1,62	277,63	0,00	-0,73	1,00	-0,08	0,00	1,61	0,86
18	1,82	324,80	0,00	-0,73	1,00	-0,07	0,00	1,47	0,76
19	2,08	390,23	0,00	-0,74	1,00	-0,06	0,00	1,32	0,67
20	2,42	485,29	0,00	-0,74	1,00	-0,05	0,00	1,16	0,57
21	2,89	632,49	0,00	-0,77	1,00	-0,04	0,00	1,00	0,48
22	3,60	883,07	0,00	-0,86	1,00	-0,03	0,00	0,83	0,39
23	4,77	1212,01	0,17	0,00	1,00	-0,87	0,00	0,48	0,29
24	7,05	1455,95	0,14	-0,33	1,00	-0,52	0,00	0,42	0,20

6.5. Analiza znaczenia składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych

Na potrzeby symulacji propagacji impulsu Gaussa lub innych impulsów w kanale z kaskadą obiektów wypukłych, przydatnym może być zbadanie, czy i ewentualnie w jakich warunkach, składowa zbrocza odpowiedzi impulsowej przeszkód jest pomijalna w odniesieniu do składowej amplitudy. Pominięcie składowej zbrocza odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych, zmniejszyłoby złożoność obliczeniową jej wyznaczenia mniej więcej o połowę. Badania przeprowadzone były w celu ustalenia, jak odległość między kolejnymi przeszkodami wpływa na składową zbrocza odpowiedzi impulsowej. Miara znaczenia składowej zbrocza odpowiedzi impulsowej określona została następująco:

$$M\% = 10 \sum_{n=1}^5 \left[\left| \frac{A(D_n) - A_A(D_n)}{A(D_n)} \right| + \left| \frac{t(D_n) - t_A(D_n)}{t(D_n)} \right| \right], \quad (6.10)$$

gdzie $t(D_n)$ jest chwilą czasu punktu D_n , a indeks dolny A oznacza wyniki, uzyskane przy pominięciu w obliczeniach składowej zbrocza odpowiedzi impulsowej. Część wyników z przeprowadzonych symulacji jest zamieszczona w tabeli 6.8. Odległość między kolejnymi przeszkodami wypukłymi oznaczona jest przez s_1 . Jako wartość miary (6.10), przy której możnaby pominąć składową zbrocza odpowiedzi impulsowej, uznano wartość 2,5%. Przyjęto ją na podstawie wielu obserwacji wyników rozpraszania impulsu Gaussa.

Tabela 6.8. Miara znaczenia składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej kanału.

R=0,25m; $\theta=0,1$, pol. h		R=0,25m; $\theta=0,1$, pol. s		R=2m; $\theta=0,1$, pol. h		R=2m; $\theta=0,1$, pol. s	
s_1 [m]	M%	s_1 [m]	M%	s_1 [m]	M%	s_1 [m]	M%
1,00	8,79	1,00	21,21	4,00	2,97	4,00	27,53
2,00	4,87	2,00	12,97	5,00	2,40	5,00	25,58
3,00	3,37	3,00	9,24	6,00	2,04	6,00	24,15
4,00	2,53	4,00	7,13	7,00	1,76	7,00	23,18
5,00	2,01	5,00	5,74	8,00	1,50	8,00	22,27
6,00	1,69	6,00	4,87	9,00	1,34	9,00	21,71
7,00	1,47	7,00	4,17	10,00	1,22	10,00	10,02
8,00	1,31	8,00	3,66	11,00	1,08	11,00	9,17
9,00	1,14	9,00	3,30	12,00	1,00	12,00	8,41
10,00	1,04	10,00	2,98	13,00	0,93	13,00	7,83
11,00	0,92	11,00	2,69	14,00	0,87	14,00	7,21
12,00	0,94	12,00	2,45	15,00	0,81	15,00	6,75
13,00	0,86	13,00	2,29	16,00	0,77	16,00	6,35
14,00	0,81	14,00	2,10	17,00	0,73	17,00	5,93

Na podstawie analizy zawartości tabeli 6.8, można wywnioskować, że przy polaryzacji twardej, dla 4-5 m odległości między przeszkodą N a przeszkodą N+1, można pominąć składową zbrocza odpowiedzi impulsowej przy punkcie obserwacji za przeszkodą N+1, przy promieniach 0,25-2 m. Inaczej jest w przypadku polaryzacji miękkiej. Przy niej znaczenie składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej przeszkód jest dużo większe.

6.6. Podsumowanie

W pierwszym podpunkcie rozdziału została opisana autorska procedura analitycznego obliczania odpowiedzi impulsowej N przeszkód wypukłych (5.98c). Opiera się ona na korzyściach wynikających z analitycznego sposobu splatania funkcji potęgowych. Gdy funkcje splatane w (5.98c) zawierają punkty osobliwe, splot wyznaczany jest przez użycie (6.2-6.4). Funkcje, które muszą być splecione w celu oblizenia uproszczonej odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych, a nie są funkcjami potęgowymi, aproksymowane są przez wykorzystanie (6.1 a-d), dla przypadku $TH_n \geq 0$ oraz (6.7) dla składników, których częstotliwościowy odpowiednik zawiera funkcję strefy przejściowej.

W dalszej części rozdziału, główne autorskie wyniki, przedstawione w rozprawie, zostały zweryfikowane poprzez przeprowadzenie numerycznych symulacji zniekształ-

cenia impulsu Gaussa (6.10) oraz impulsu z nośną (6.11) na pojedynczej przeszkodzie wypukłej oraz na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych. Wyniki symulacji dyfrakcji impulsów UWB na pojedynczej przeszkodzie wypukłej, pokazały, że odpowiedzi impulsowe przeszkody wypukłej, otrzymane zarówno metodą analityczno-numeryczną, jak i analityczną, są poprawne. Wyniki uzyskane przez obliczenia przeprowadzone bezpośrednio w dziedzinie czasu, zgadzają się z tymi, otrzymanymi z pomocą IFFT. Analogiczny wniosek można postawić odnośnie wyników symulacji dyfrakcji impulsów UWB na kaskadzie dwóch przeszkód wypukłych. Przez użycie uproszczonej odpowiedzi impulsowej kaskady dwóch przeszkód wypukłych, znalezionej według procedury z podpunktu 6.1, w splocie z impulsem nadanym, uzyskuje się duży stopień zgodności z rezultatami IFFT. Pokazuje to, że autorskie metody wyznaczania odpowiedzi impulsowych przeszkód wypukłych, przedstawione w rozprawie, zostały opracowane poprawnie. Porównując złożoność obliczeniową wyznaczania próbek odpowiedzi impulsowej za pomocą metody analityczno-numerycznej oraz analitycznej, można stwierdzić, że metoda analityczno-numeryczna jest bardziej złożona obliczeniowo. Pod tym względem korzystniejsza jest metoda analityczna. Jednak metoda analityczna ma jedną wadę. Jest nią konieczność spełnienia warunku $\xi_d \leq \xi_{dth}$ lub $\xi_d > \xi_{dth}$ przez każdą częstotliwość z pasma każdego impulsu wykorzystanego w symulacji. Jeśli taki warunek w konkretnych wymaganiach symulacyjnych nie jest możliwy do spełnienia, to konieczne jest wykorzystanie metody analityczno-numerycznej. Można stwierdzić, że metody analityczno-numeryczna oraz analityczna nawzajem się uzupełniają.

W podpunktach 6.3 oraz 6.4 przedstawione są wyniki badań rozsynchronizowania oraz postaci zniekształcenia impulsu Gaussa spowodowanych dyfrakcją na przeszkodzie wypukłej. Na potrzeby ilościowego opisu zniekształcenia impulsu Gaussa, została zdefiniowana sygnatura impulsu, Rys. 6.6. Na podstawie wyników badań, pokazanych w tabelach 6.1-6.7 można wywnioskować, że charakter rozsynchronizowania oraz zniekształcenia impulsu UWB jest różny w zależności od polaryzacji padającej fali UWB. Z reguły rozsynchronizowanie (dodatkowe opóźnienie) oraz stopień zniekształcenia i rozmycia impulsu są tym większe, im większe są wartości promienia przeszkody R oraz kąta θ . Zjawisko to powinno być brane pod uwagę przy projektowaniu optymalnego odbiornika sygnału UWB, zarówno w zastosowaniach komunikacyjnych, jak w zakresie identyfikacji i obrazowania namierzanych obiektów wypukłych.

Na koniec w podpunkcie 6.5 przedstawione są wyniki symulacji znaczenia składowej zbrocza odpowiedzi impulsowej N przeszkód wypukłych w całkowitej odpowie-

dzi impulsowej, przy określonej odległości między kolejnymi przeszkodami. Na podstawie wyników symulacji można wywnioskować, że w przypadku, gdy nadany impuls ma polaryzację twardą, składowa zbrocza odpowiedzi impulsowej, przy relatywnie niewielkich odległościach między kolejnymi przeszkodami, może być pominięta. W rezultacie można w ten sposób zmniejszyć złożoność obliczeniową wyznaczania uproszczonej odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych o około połowę. W przypadku, gdy nadany impuls posiada polaryzację miękką, składowa zbrocza odpowiedzi impulsowej N przeszkód wypukłych jest bardziej znacząca.

7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

W niniejszym rozdziale model zaprezentowany w rozdziałach 4 oraz 5 rozprawy zostanie zweryfikowany pod kątem jego zgodności z pomiarem dyfrakcji pola elektromagnetycznego na rzeczywistym obiekcie wypukłym. Weryfikacja eksperymentalna jest niezbędna dla celów oceny przydatności przedstawionego w rozprawie modelu do jego implementacji w programach, symulujących propagację pola elektromagnetycznego UWB w kanałach zawierających obiekty wypukłe. Takie obiekty mogą często charakteryzować architekturę kanału propagacyjnego. Elementami kanału, jakie można z powodzeniem modelować idealnie przewodzącymi obiektami wypukłymi (cylindrami), są ludzie. Szczególnie ich obecność, powinna być modelowana przy analizie propagacji fali UWB w kanałach o strukturze zamkniętej (budynkach).

Prawidłowość modelowania rozpraszania fali elektromagnetycznej przez ciało ludzkie poprzez dyfrakcję na idealnie przewodzącym obiekcie została eksperymentalnie potwierdzona, np. w pracach [17], [30]. W pracy [17] zostały zamieszczone eksperymentalne wyniki dyfrakcji fali elektromagnetycznej na walcu wykonanym dobrego przewodnika. Wyniki te zostały porównane z wynikami rozpraszania fali elektromagnetycznej przez ciało ludzkie. Wniosek, zamieszczony w [17], płynący z eksperymentalnej weryfikacji, płynął taki, że wyniki rozpraszania fali EM przez badanego człowieka zgadzają się z wynikami dyfrakcji fali na dobrze przewodzącym walcu. Ze względu na to, że model dyfrakcji na idealnie przewodzącym obiekcie wypukłym można stosować również dla bardzo dobrych przewodników, model zaprezentowany w rozdziale 4 oraz 5 rozprawy mógłby być stosowany do analizy propagacji fali EM UWB w kanale z obecnością ludzi, po ewentualnym uprzednim zamodelowaniu rozkładu ich ruchu.

Innym przykładem składników kanału, które można modelować geometrycznie elementami wypukłymi, są cylindryczne obiekty w halach fabrycznych. Rozpraszanie fali EM UWB na tych obiektach możnaby z powodzeniem analizować przy wykorzystaniu modelu zaprezentowanego w rozprawie, przy potwierdzeniu jego zgodności z rzeczywistością oraz po uprzednim uzupełnieniu go o model odbicia w dziedzinie czasu dla obiektów wypukłych. Ze względu na to, że współczynnik odbicia w dziedzinie częstotliwości na idealnie przewodzącym obiekcie wypukłym jest praktycznie stworzony z wyrażen podobnych do tych, stanowiących współczynnik dyfrakcji na tym obiekcie, metody przedstawione w rozprawie, mogą być z bardzo dobrym rezultatem użyte do

wyznaczenia czasowego współczynnika odbicia na idealnie przewodzącym obiekcie wypukłym.

Oprócz wymienionych powyżej elementów kanału, jest wiele innych obiektów, które mogą występować w kanale propagacyjnym, na których możnaby modelować rozpraszanie fali UWB przy pomocy opracowanego modelu dyfrakcji na obiekcie wypukłym.

7.1. Krótki opis eksperymentalnej weryfikacji modelu

Celem eksperymentalnej weryfikacji opracowanego modelu jest porównanie otrzymanych wyników teoretycznych po kątem ich zgodności z rezultatami pomiarów. Porównywanymi parametrami będą transmitancja oraz odpowiedź impulsowa badanego obiektu wypukłego. Z tego względu zostały przygotowane proste obiekty pomiarowe w kształcie cylindra, których powierzchnia była wykonana z bardzo dobrze przewodzącego materiału.

Jednym z celów eksperymentu było zapewnienie w jak największym stopniu takich warunków, aby zdecydowanie dominującym czynnikiem wpływającym na sygnał odebrany, było zjawisko dyfrakcji na badanych obiektach. Pomiary zostały przeprowadzone w dwóch środowiskach propagacyjnych. W pierwszym z nich trudniej było zapewnić warunki dominacji składowej dyfrakcji pola. Środowiskiem tym był hol Wydziału Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej. W holu, oprócz wykonanego ze stali cylindra, istniało wiele innych obiektów, które mogły wpływać na odbierany sygnał. Drugim ze środowisk propagacyjnych, w którym zostały przeprowadzone pomiary, była komora bezodbiciowa. W tym przypadku warunki dominacji składowej dyfrakcji pola można było spełnić w dużo prostszy sposób. Dla odmiany obiektem badanym w komorze bezodbiciowej była tuleja papierowa pokryta folią aluminiową.

Pomiary w obydwu przypadkach zostały wykonane bezpośrednio w dziedzinie częstotliwości, w jej ultra szerokim paśmie. W pierwszym scenariuszu było to pasmo 5,25 GHz do 5,75 GHz, a transmitowany sygnał był zgodny ze standardem WiMedia [69]. W drugim scenariuszu sygnał nadany składał się z sygnałów harmonicznym o tej samej amplitudzie, których częstotliwości, dla przypadku pomiaru amplitudy, były „przemiatane” w paśmie od 5,25 GHz do 7,25 GHz z krokiem co 0,1 GHz, natomiast przy pomiarze fazy sygnału w paśmie 2,0 GHz do 2,5 GHz.

Wyniki pomiarów w obydwu przypadkach zostały porównane z opracowanymi wynikami teoretycznymi, obliczonymi na podstawie wzorów (4.10a) i (4.26a-b) (w scenariuszach pomiarowych spełniony był warunek $\xi_d \leq \xi_{dth}$).

7.3 Pierwszy scenariusz pomiarów

Pierwsza seria pomiarów została przeprowadzona dla przypadku, gdy generowana fala EM ma polaryzację twardą. Celem eksperymentu było pomiarowe wyznaczenie amplitudy transmitancji badanego metalowego cylindra. Ze względu na ograniczenia w posiadanej aparaturze pomiarowej w czasie tego eksperymentu, faza transmitancji cylindra nie mogła być eksperymentalnie wyznaczona. Wyniki pomiarów przy tym scenariuszu zostaną porównane z wynikami symulacji na podstawie wzorów (4.10a) i (4.26b).

7.3.1 Opis scenariusza pomiarowego

Pomiar został wykonany w holu Wydziału Elektroniki i Telekomunikacji Politechniki Poznańskiej. Celem pomiaru było wyznaczenie gęstości mocy sygnału odebranego przy trzech konfiguracjach pomiarowych:

- a) między anteną nadawczą a odbiorczą nie był wstawiony badany cylinder
- b) oś symetrii badanego cylindra była zgodna z osią symetrii anteny nadawczej oraz odbiorczej (położenie centralne cylindra),
- c) oś symetrii anteny nadawczej oraz odbiorczej była zgodna ze styczną do badanego cylindra (położenie styczne cylindra).

Schematy pomiarów wymienione w podpunktach a), b) oraz c) są przedstawione odpowiednio na rysunkach 7.1, 7.2 oraz 7.3 (na Rys. 7.2 i 7.3 promienie pełzające oraz aktualne pozycje cylindra oznaczone są linią ciągłą).

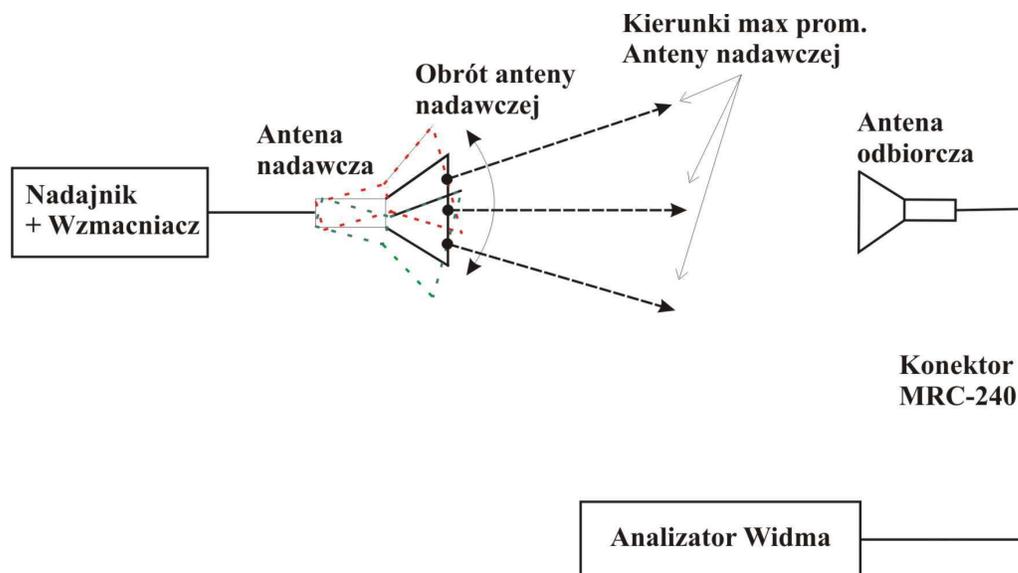
W pomiarach wykorzystana została następująca aparatura (sygnał z anteny odbiorczej podawany był na skalarny analizator widma, dlatego pomiar fazy sygnału nie mógł być przeprowadzony):

- Skalarny analizator widma AGILENT E4407B o zakresie częstotliwości od 9 kHz do 26.5 GHz,
- Wzmacniacz ultra szerokopasmowy,
- Generator dowolnych sygnałów AWG 7102 firmy Tektronix,

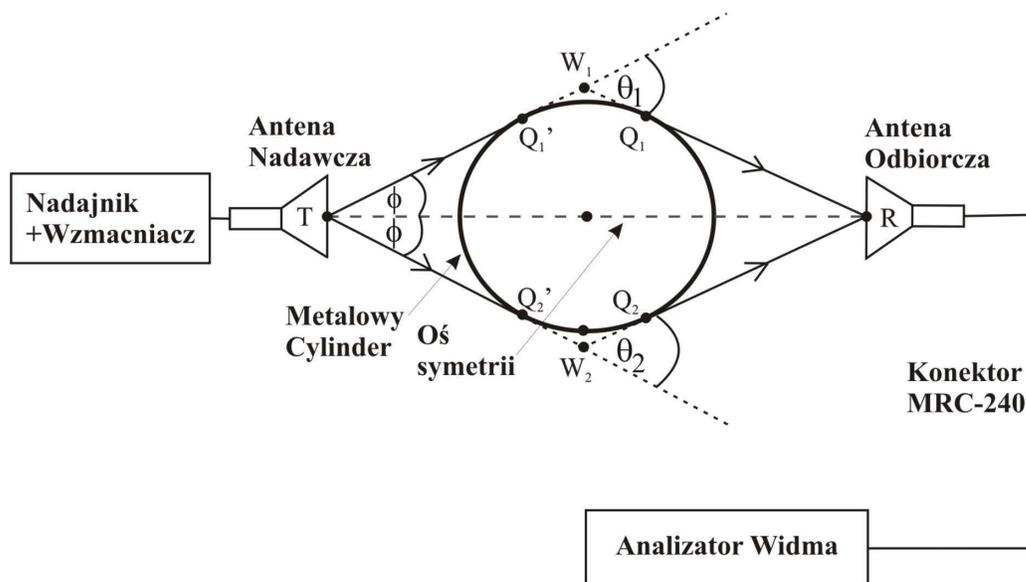
7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

- Dwie kierunkowe anteny o zysku 14 dB i kącie połowy mocy równym 15° , operujące w paśmie 5.1-5.9 GHz,
- Zestaw konektorów MRC-240 na pasmo 5GHz

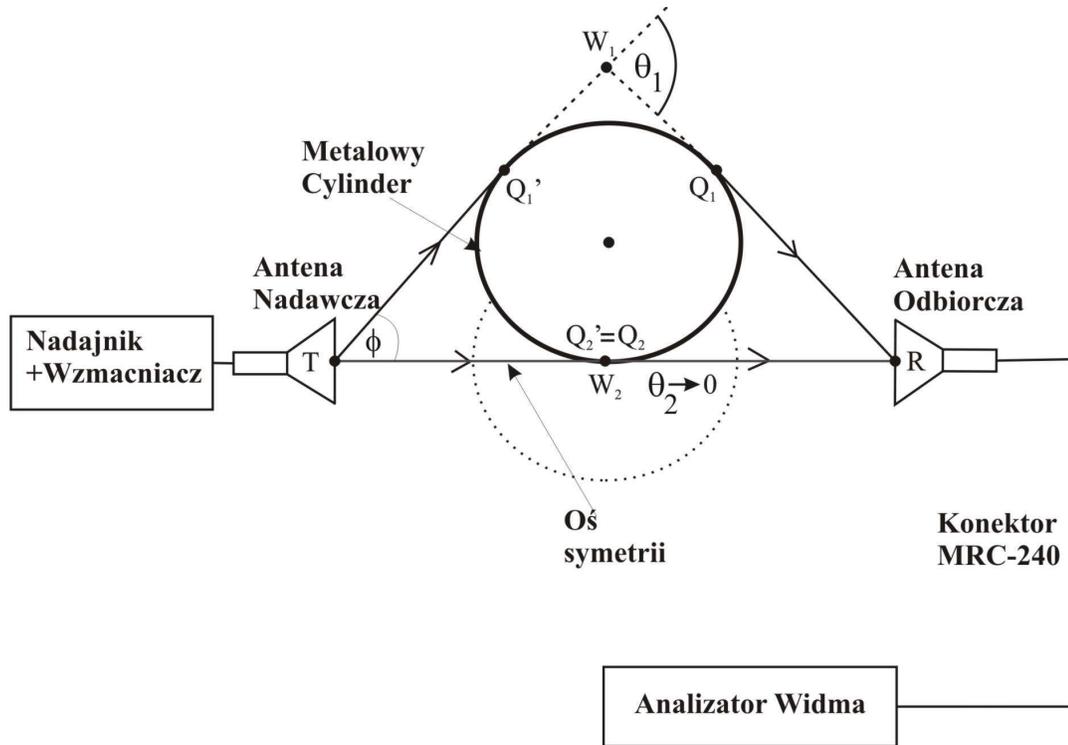
Generator dowolnych sygnałów miał za zadanie wygenerować sygnał UWB zgodny ze standardem WiMedia [69]. Częstotliwość środkowa sygnału wynosiła 5.5 GHz. Pasmo sygnału miało 500 MHz szerokości.



Rys. 7.1. Schemat pomiarowy w przypadku badania gęstości widmowych sygnału odebranego przy bezpośredniej „widzialności” anten.



Rys. 7.2. Schemat pomiarowy w przypadku badania gęstości widmowych sygnału odebranego przy centralnym położeniu cylindra.



Rys. 7.3. Schemat pomiarowy w przypadku badania gęstości widmowych sygnału odebranego przy stycznym położeniu cylindra.

Kształty nadawanego sygnału w dziedzinie czasu oraz częstotliwości znajdują się odpowiednio na Rys. 7.4 oraz Rys. 7.5.

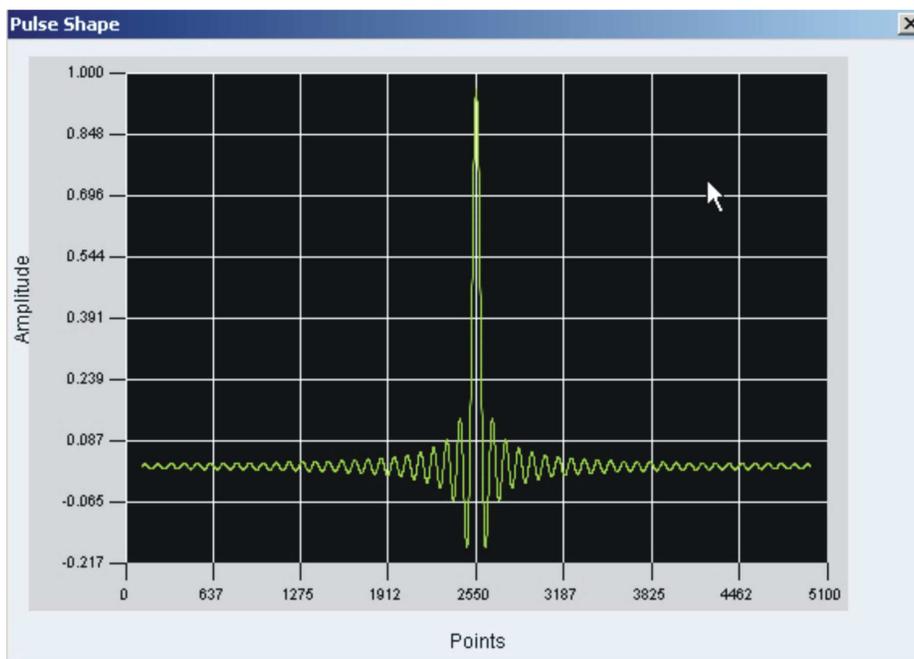
7.3.2 Pomiar przy braku cylindra między antenami

Przy pomiarze anten² dokładna kontrola obrotu anteny nadawczej nie była możliwa z powodu braku dostępu do sterowanego stolika lub maszty obrotowego. Z tego względu pomiar anten został przeprowadzony dla wielu (nieznanych a priori) pozycji anteny nadawczej, natomiast dokładne przyporządkowanie tym pozycjom konkretnych wartości kątowych, nastąpiło poprzez wykorzystanie własności, że dla pozycji $+15^\circ$ oraz -15° wartość mocy sygnału odebranego powinna być mniejsza o 3dB od maksymalnego poziomu mocy sygnału odebranego (dla pozycji 0°). Aby, poprzez minimalizację wpływu odbić, zmaksymalizować dominację składowej bezpośredniej (docierającej do anteny odbiorczej po drodze bezpośredniej) w sygnale odbieranym, anteny nadawcza oraz odbiorcza zostały ustawione w takiej odległości od siebie i na takiej wy-

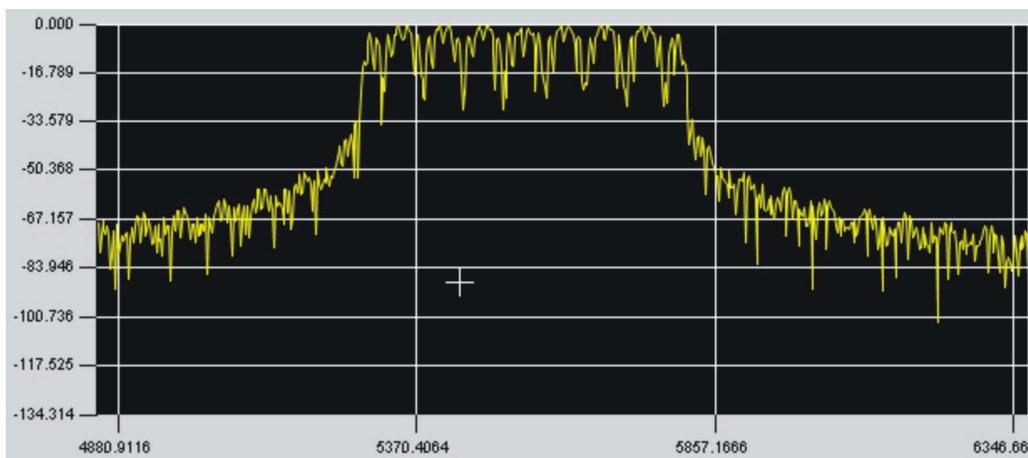
² Zwrot „pomiar anten” oznacza pomiar wykonany przy braku cylindra między anteną nadawczą oraz odbiorczą.

7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

sokości, aby promienie z zakresu kąta połowy mocy anten, nie mogły dotrzeć do anteny odbiorczej poprzez jedno odbicie. Zdjęcie stanowiska pomiarowego anten przedstawia Rys. 7.6. Porównawcze wyniki pomiarów dla pozycji 0° i $9,5^\circ$, 0° i 14° oraz 0° i 19° są zamieszczone odpowiednio na rysunku 7.7a-b, 7.7c-d oraz 7.7e-f.



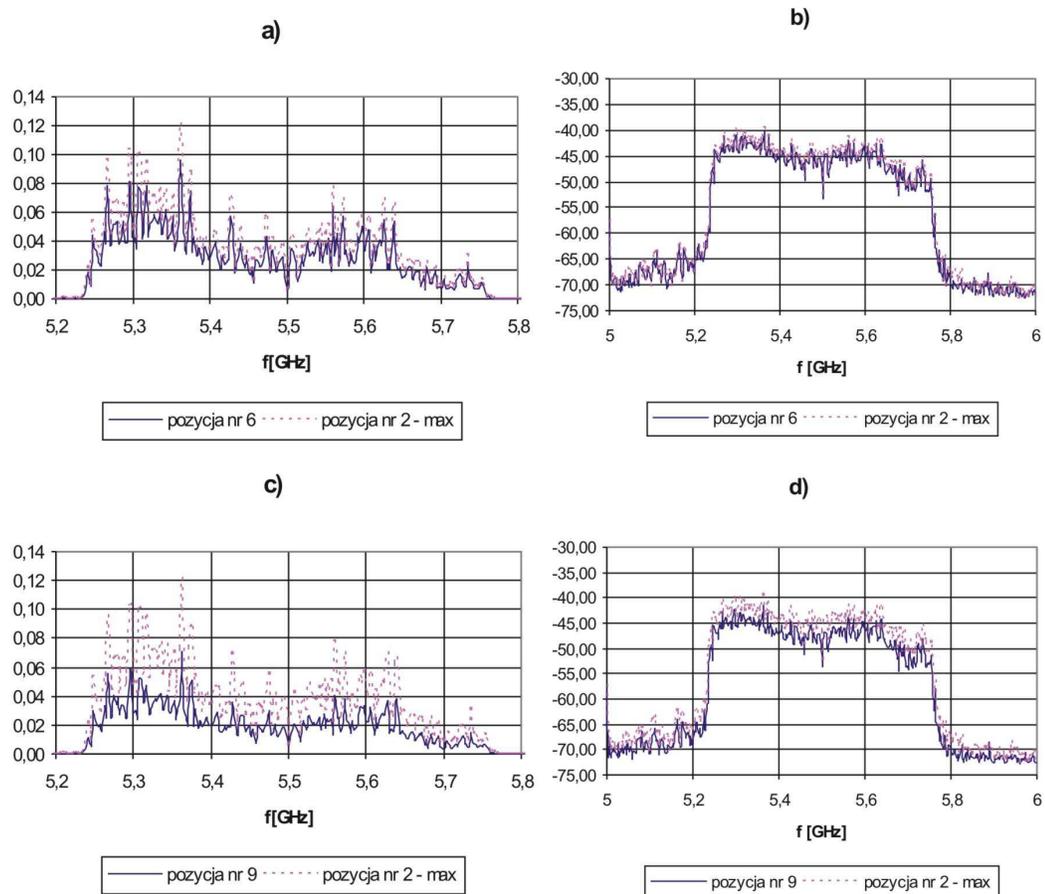
Rys. 7.4. Kształt sygnału UWB nadawanego przez generator AWG w dziedzinie czasu (argumentem jest numer próbki generowanego impulsu UWB).

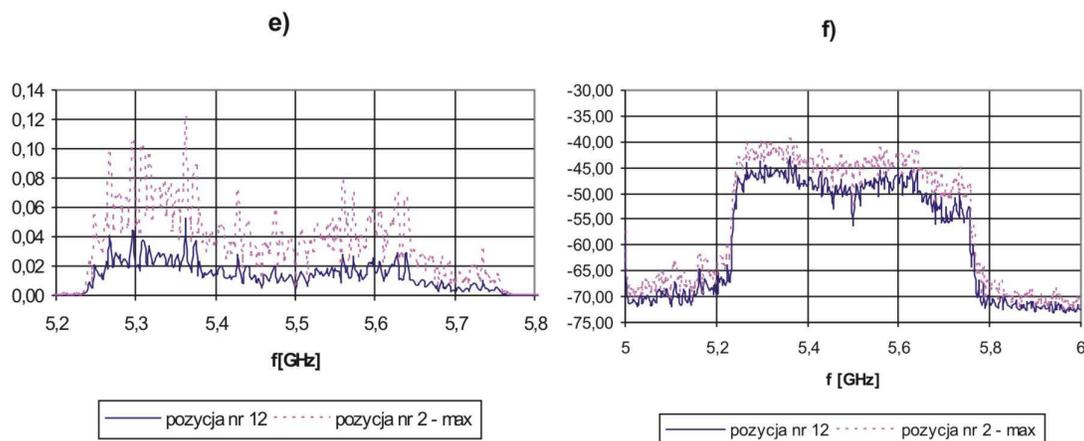


Rys. 7.5. Kształt sygnału UWB nadawanego przez generator AWG w dziedzinie częstotliwości (jednostką na osi poziomej jest 1 MHz).



Rys. 7.6. Zdjęcie przedstawiające stanowisko pomiarowe anten.





Rys 7.7. Wyniki porównawcze pomiarów anten dla pozycji 0° (pozycja nr 2) i pozycji $9,5^\circ$ (pozycja nr 6), pozycji 0° i pozycji 14° (pozycja nr 9) oraz dla pozycji 0° i pozycji 19° (pozycja nr 12) w skali liniowej (μW) – (a), (c), (e) oraz w skali decybelowej (dBm) – (b), (d), (f).

7.3.3 Pomiar przy cylindrze wstawionym między anteny

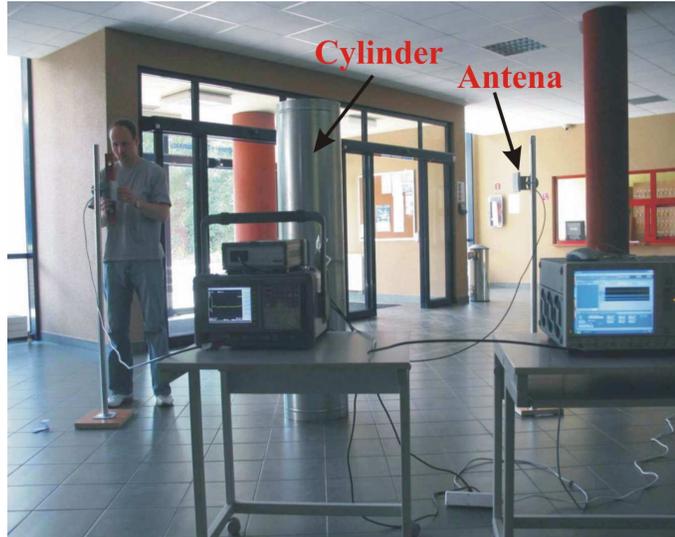
Schemat pomiaru cylindra³ w pozycji centralnej oraz w pozycji stycznej przedstawiony jest odpowiednio na Rys. 7.2 na Rys. 7.3. Średnica badanego cylindra wynosi 41 cm. Kąty θ_1 oraz θ_2 z Rys. 7.2 są sobie równe i wynoszą w przybliżeniu 19° , a kąt ϕ jest równy około $9,5^\circ$ (azymut promieni dochodzących do anteny odbiorczej wynosi również około $9,5^\circ$). Natomiast kąt θ_1 z Rys. 7.3 jest równy w przybliżeniu 38° , a kąt ϕ jest w przybliżeniu równy 19° (odpowiadający mu azymut promienia dochodzącego do anteny odbiorczej wynosi 19°). Zdjęcie eksperymentu przedstawione jest na Rys. 7.8

Wyniki pomiarów cylindra zostały zamieszczone na Rys. 7.9. Rysunek pokazuje zmierzoną gęstość widmową sygnału odebranego w obecności cylindra – kanał NLOS, która została porównana z gęstością widmową sygnału odebranego przy pomiarze anten – kanał LOS (*ang* Line Of Sight). Na Rys 7.9a-b pokazane są wyniki pomiaru cylindra w pozycji centralnej, natomiast na Rys. 7.9c-d, w pozycji stycznej. Skala decybelowa (dBm) została wykorzystana w przypadku Rys. 7.9b i 7.9d, natomiast skala liniowa (μW) dla Rys. 7.9a i 7.9c. Dla lepszej wizualizacji wyników w skali liniowej, rezultaty pomiarów cylindra w pozycji centralnej i stycznej zostały pomnożone przez czynnik odpowiednio 10 oraz 2. Wyniki LOS na Rys 7.9a-b oraz 7.9c-d są równe gęstością widmowym sygnałów odbieranych podczas pomiarów anten odpowiednio dla pozycji

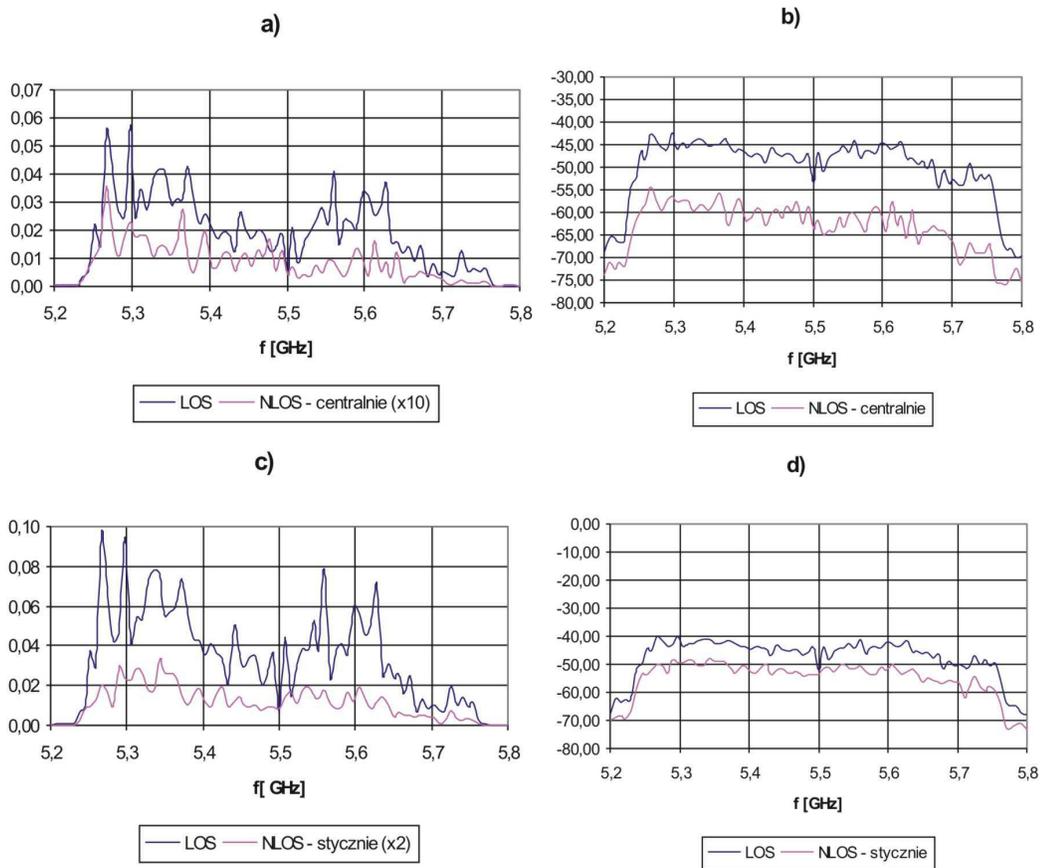
³ Zwrot „pomiar cylindra” oznacza pomiar wykonany przy cylindrze wstawionym między anteną nadawczą oraz odbiorczą.

7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

9,5° oraz 0° anteny nadawczej (9,5° - azymut promienia pełzającego po cylindrze dla pozycji centralnej).



Rys. 7.8. Zdjęcie eksperymentu pomiarowego cylindra.



Rys. 7.9. Wyniki pomiarów cylindra w pozycji: (a), (b) - centralnej, (c), (d) - stycznej. Jednostką wartości są: (a), (c) - dBm, (b), (d) - μW

7.4 Drugi scenariusz pomiarów

Drugi zestaw pomiarów został wykonany dla przypadku, gdy generowana fala EM ma polaryzację miękką. W odróżnieniu do pierwszego scenariusza pomiarów, w tym eksperymencie, oprócz wyznaczenia amplitudy transmitancji badanego cylindra, dokonano pomiaru fazy. Wyniki pomiarów przy tym scenariuszu zostaną porównane z wynikami symulacji na podstawie wzorów (4.10a) i (4.26a).

7.4.1 Opis scenariusza pomiarowego

Pomiar został wykonany w komorze bezodbiciowej. Tak jak w przypadku pierwszego scenariusza pomiarów, wyznaczone zostały eksperymentalnie gęstości mocy sygnału odebranego przy trzech konfiguracjach pomiarowych:

- a) między anteną nadawczą a odbiorczą nie był wstawiony badany cylinder (pomiar anten),
- b) oś symetrii badanego cylindra była zgodna z osią symetrii anteny nadawczej oraz odbiorczej (pomiar centralny),
- c) oś symetrii anteny nadawczej oraz odbiorczej była zgodna ze styczną do badanego cylindra (pomiar styczny).

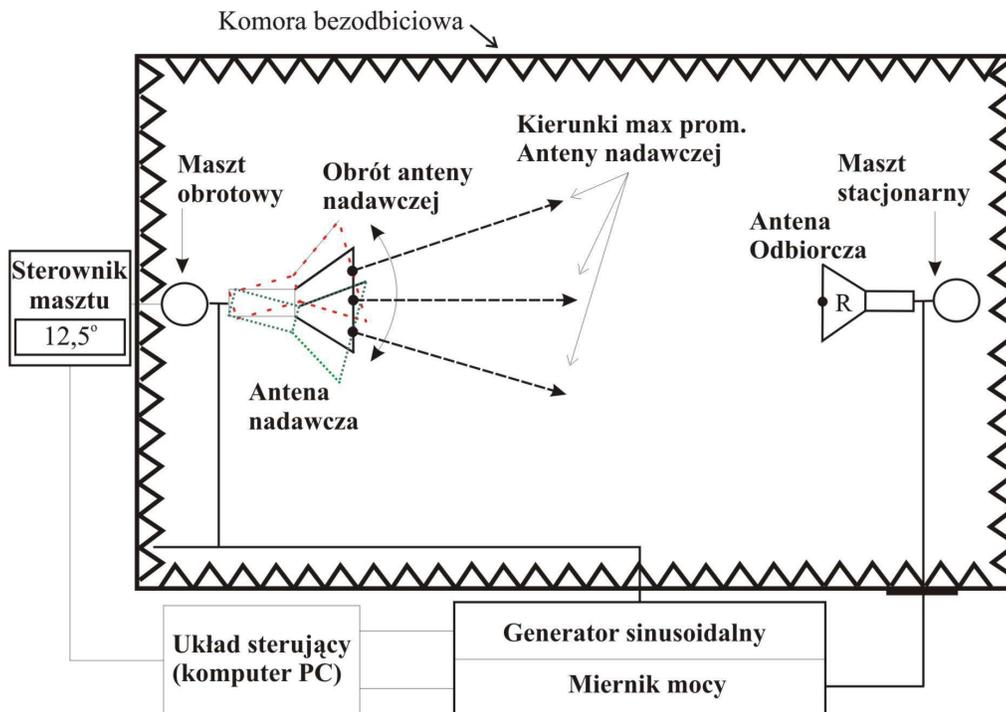
Schematy pomiarów amplitudy sygnału są przedstawione odpowiednio na Rys. 7.10, 7.11 oraz 7.12 (na rysunkach 7.11 i 7.12 promienie pełzające oraz aktualne pozycje cylindra oznaczone są linią ciągłą). Pomiar fazy został wykonany w pozycji centralnej cylindra. Układ do pomiaru fazy różnił się od tego z Rys. 7.11 tym, że zamiast generatora sinusoidalnego oraz miernika mocy, użyty był analizator sieci.

Przy pomiarach w komorze bezodbiciowej została wykorzystana następująca aparatura:

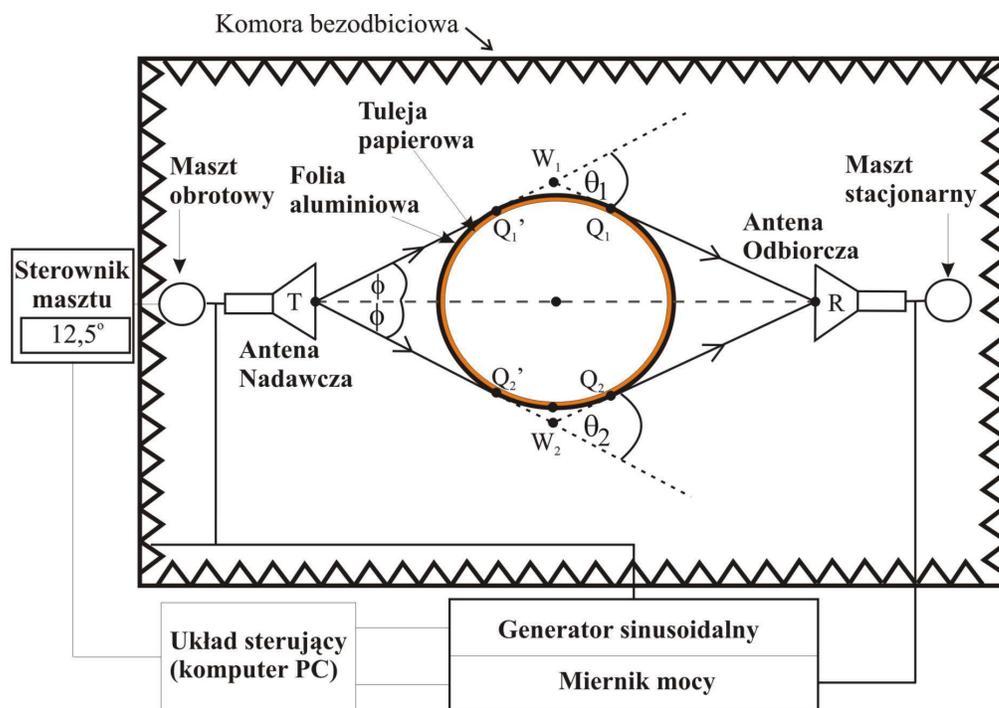
- miernik mocy
- generator sygnałów sinusoidalnych,
- dwie takie same anteny różkowe na pasmo do 20 GHz,
- sterownik masztu obrotowego anteny nadawczej
- komputer PC sterujący pomiarami.
- analizator sieciowy na pasmo 1-3GHz.

Komputer PC sterował pomiarami w następujący sposób. Generator nadawał kolejno sygnały sinusoidalne o określonej częstotliwości. Każdy sygnał był wysyłany wielokrotnie przy ustalonym azymucie anteny nadawczej, w celu późniejszego uśrednienia

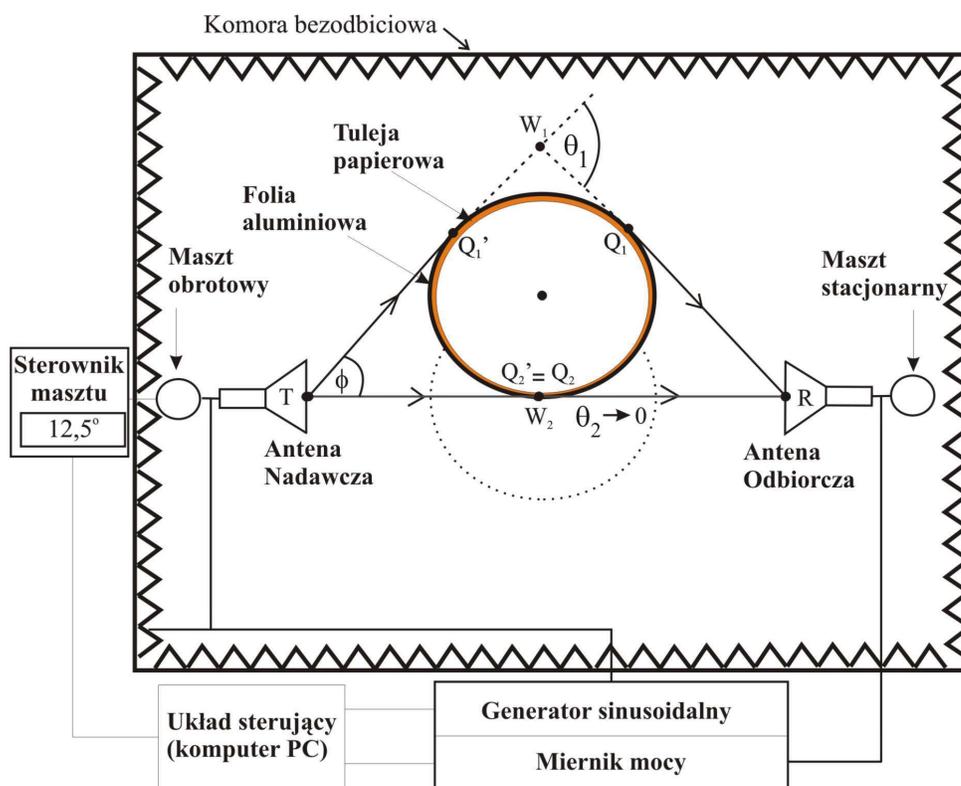
wyników pomiarów dla każdej sinusoidy i pozycji anteny. Ilość różnych częstotliwości sygnałów sinusoidalnych była ustalona na 20. Dla przypadku pomiaru amplitudy sygnału, częstotliwości te były równomiernie rozmieszczone w paśmie od 5,25 do 7,25 GHz, natomiast przy pomiarze fazy sygnału pasmo to było dużo węższe, 2 GHz do 2,5 GHz, ze względu na większą szybkość zmian fazy sygnału. Faza sygnału musiała być mierzona w zakresie częstotliwości zawierających się między 1 GHz a 3 GHz (ograniczenia dostępnego analizatora sieci). Przy pomiarze amplitudy sygnału, każdy sygnał sinusoidalny był wysyłany w zakresie wartości azymutu od -60° do 60° z krokiem co 1° lub $0,5^\circ$ dla pomiaru odpowiednio anten lub cylindra. Pomiar fazy, przy pomiarze cylindra, był wykonany po wcześniejszej kalibracji w warunkach bez cylindra między antenami dla pozycji początkowej anteny nadawczej (ustalonej z pewną dokładnością jako centralną). Wyniki pomiarów dla każdej częstotliwości były rejestrowane przez program sterujący na komputerze PC. W przypadku pomiaru fazy sygnału, wyniki pomiarów były zbierane „ręcznie” poprzez bezpośredni odczyt wskazań analizatora sieci, natomiast ustawienie anteny nadawczej kontrolowane było przez program na komputerze PC.



Rys. 7.10. Schemat eksperymentalny pomiarowy w komorze bezodbiciowej przy bezpośredniej „widzialności” anten.



Rys. 7.11. Schemat eksperymentu pomiarowego w komorze bezodbiowej dla cylindra umieszczonego centralnie.



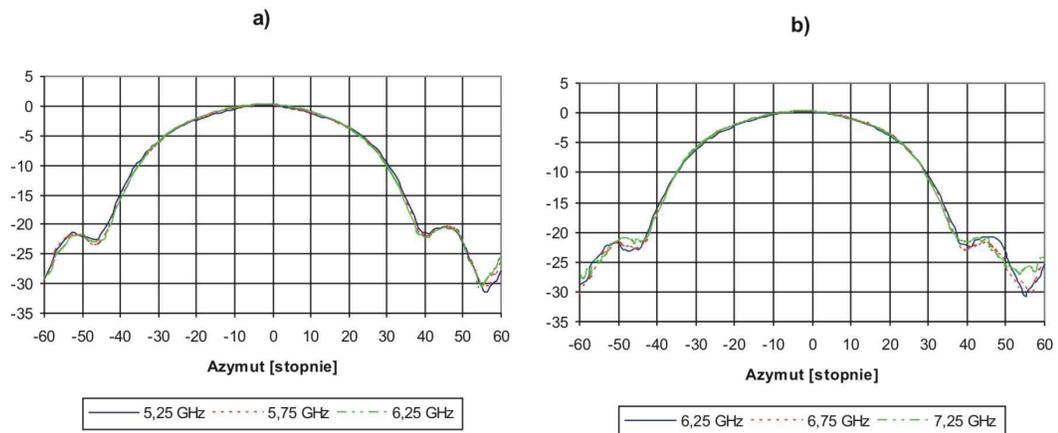
Rys. 7.12. Schemat eksperymentu pomiarowego w komorze bezodbiowej dla cylindra umieszczonego stycznie.

7.4.2 Pomiar przy braku cylindra między antenami

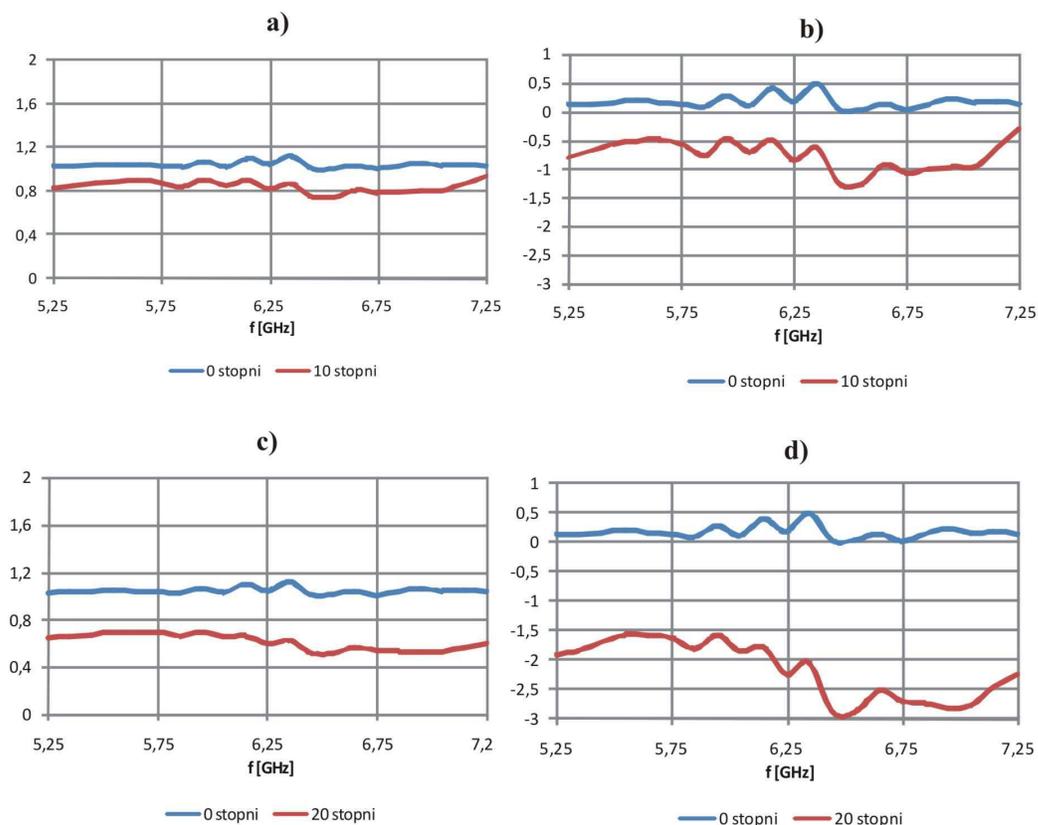
Pomiar anten został wykonany w zakresie wartości azymutu anteny nadawczej od -60° do 60° . Antena nadawcza była obracana automatycznie na maszynie obrotowych z krokiem co $0,5^\circ$. Zdjęcie pomiaru anten w komorze bezodbiciowej przedstawia Rys. 7.13. Wyniki pomiarów anten względem kąta azymutu dla częstotliwości 5,25, 5,75, 6,25, 6,75, 7,25 GHz są zamieszczone na Rys. 7.14. Porównawcze rezultaty pomiarów dla pozycji (anteny nadawczej) 0° i 10° oraz 0° i 20° w dziedzinie częstotliwości są pokazane odpowiednio na Rys. 7.15a-b oraz Rys. 7.15c-d.



Rys. 7.13. Zdjęcie stanowiska pomiaru anten w komorze bezodbiciowej.



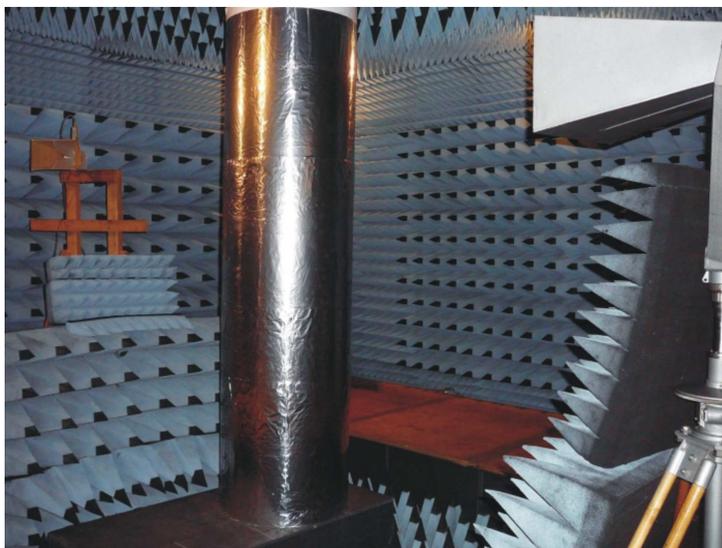
Rys. 7.14. Wyniki pomiaru anten w komorze bezodbiciowej względem wartości azymutu dla częstotliwości 5,25; 5,75; 6,25 GHz - (a) oraz dla częstotliwości 6,25; 6,75; 7,25 GHz - (b).



Rys 7.15. Wyniki porównawcze pomiarów anten w komorze bezodbiciowej dla pozycji anteny nadawczej 0° i 10° oraz dla pozycji 0° i 20° w skali liniowej (μW) – (a), (c), oraz w skali decybelowej (dBm) – (b), (d).

7.4.3 Pomiar przy cylindrze wstawionym między anteny

Schemat eksperymentu pomiarowego cylindra w komorze bezodbiciowej w pozycji centralnej oraz w pozycji stycznej przedstawiony jest odpowiednio na Rys. 7.11 oraz na Rys. 7.12. Średnica badanego cylindra wynosi 50 cm. Kąty θ_1 oraz θ_2 z Rys. 7.11 są sobie równe i wynoszą w przybliżeniu 19° , a kąt ϕ jest równy około 10° (azymut promieni dochodzących do anteny odbiorczej wynosi około 9°). Natomiast kąt θ_1 z Rys. 7.12 jest równy w przybliżeniu 39° , a kąt ϕ jest w przybliżeniu równy 20° (odpowiadająca mu wartość azymutu promienia dochodzącego do anteny odbiorczej wynosi 19°). Zdjęcia stanowiska eksperymentu do wyznaczenia modułu i fazy transmitancji badanego cylindra przedstawione są na Rys. 7.16 i 7.17.



Rys. 7.16. Zdjęcie stanowiska eksperymentu pomiarowego cylindra.

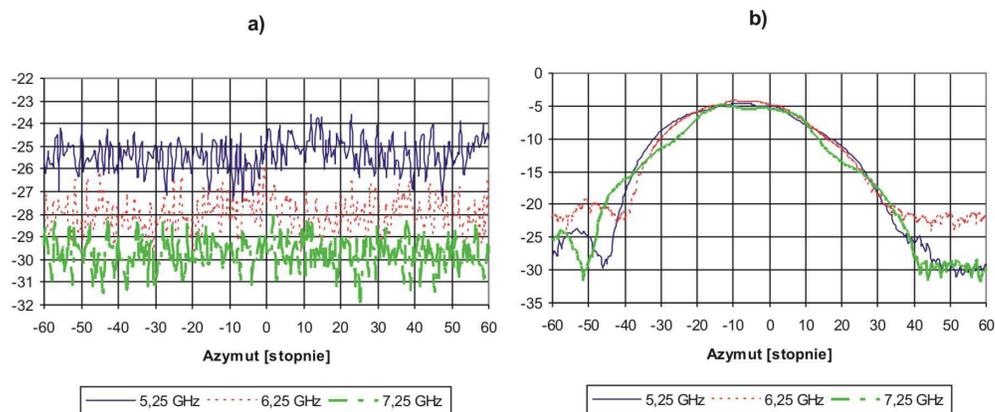


Rys. 7.17. Zdjęcie stanowiska pomiaru fazy transmitancji cylindra.

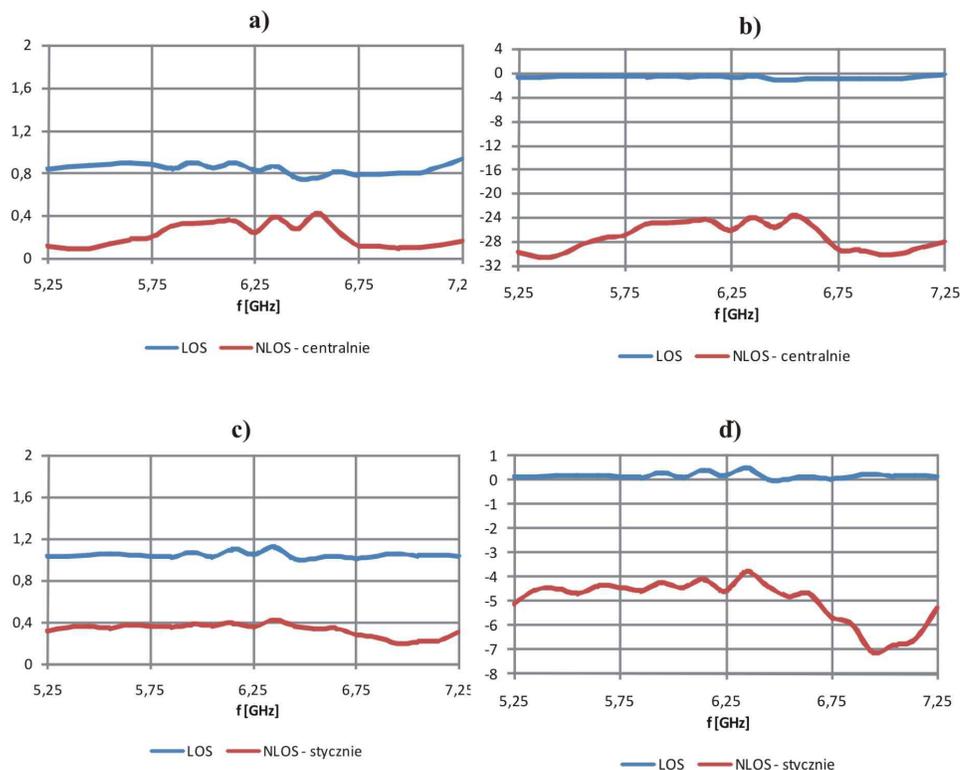
Wyniki pomiarów amplitudy sygnału odbieranego dla przypadku cylindra między antenami w pozycji centralnej oraz stycznej zostały zamieszczone na rysunkach 7.18 oraz 7.19, natomiast wyniki pomiarów fazy zostały pokazane na Rys. 7.20. Na Rys. 7.18 pokazane są wyniki pomiarów w dziedzinie wartości azymutu anteny nadawczej (jednostką osi wartości są dBm). Charakterystyczne w wynikach jest to, że mają one charakter podobny do wyników pomiarów bez cylindra między antenami (Rys. 7.14), co pokazuje, że składowa fali przypisana do dolnego promienia pełzającego z Rys. 7.12, miała dominujący wpływ na sygnał odebrany. Na Rys. 7.19a-b oraz 7.19c-d są natomiast zamieszczone wyniki w dziedzinie częstotliwości dla przypadku odpowiednio

7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

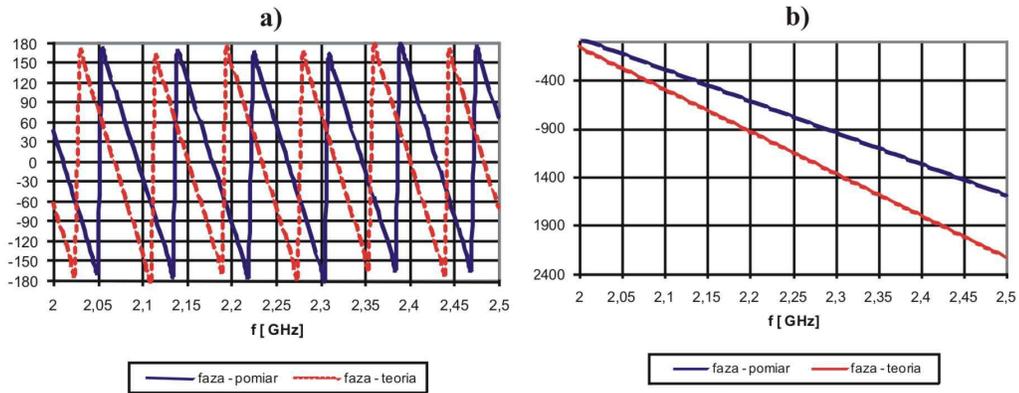
pozycji centralnej oraz stycznej. Na Rys. 7.19a oraz 7.19c ustalona jest liniowa skala osi wartości, natomiast na Rys. 7.19b oraz 7.19d skala ta jest decybelowa. Wykresy z Rys. 7.19 przedstawione są w odniesieniu do mocy sygnału odbieranego dla przypadku pomiaru anten w pozycji początkowej (ustalanej z pewną dokładnością jako centralną). Tym samym wykresy na Rys. 7.19 przedstawiają wzmocnienie (tłumienie) względem



Rys. 7.18. Wyniki pomiarów amplitudy w komorze w dziedzinie azymutu pozycji anteny nadawczej przy cylindrze w pozycji centralnej – (a) oraz dla pozycji stycznej – (b).



Rys. 7.19. Wyniki pomiarów amplitudy w komorze w dziedzinie częstotliwości przy cylindrze w pozycji centralnej – (a), (b), oraz dla pozycji stycznej – (c), (d).



Rys. 7.20. Wyniki pomiarów fazy w komorze w dziedzinie częstotliwości przy cylindrze w pozycji centralnej w postaci funkcji nieciągłej – (a) oraz ciągłej – (b).

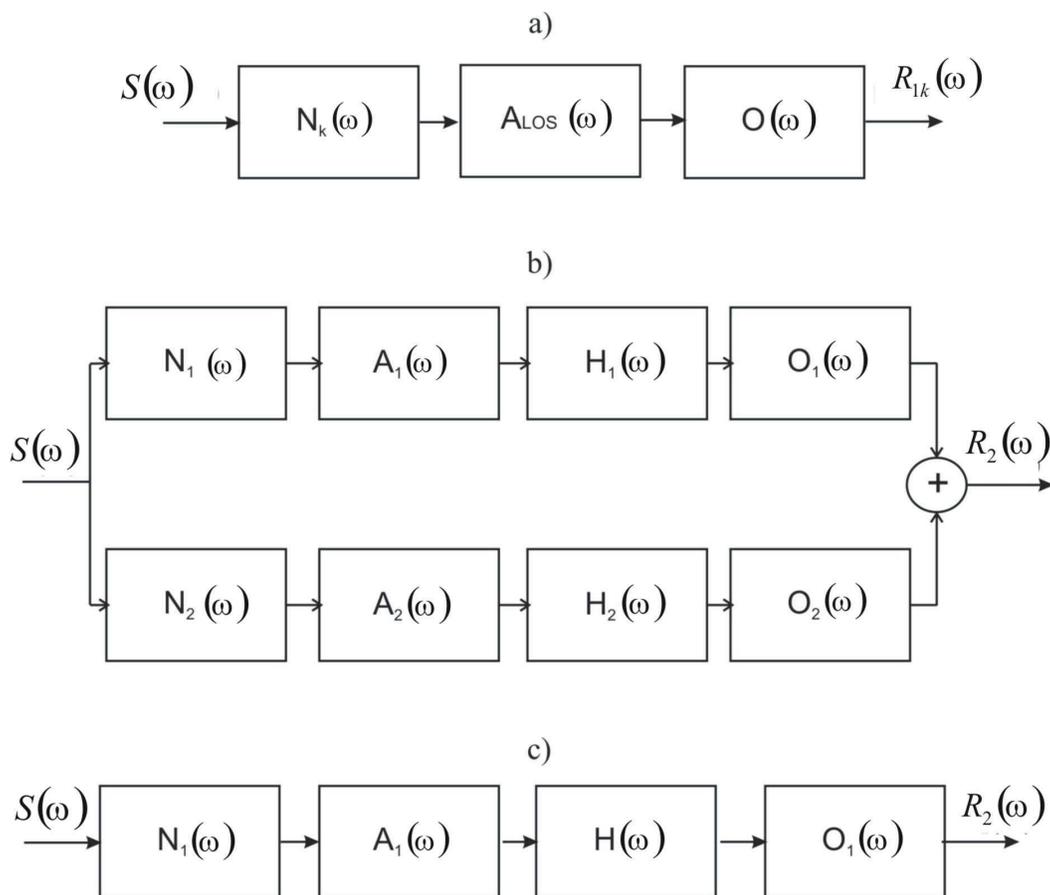
mocy odbieranej przy braku cylindra między antenami dla pozycji centralnej anteny nadawczej. Tak samo jak dla przypadku pomiarów w pierwszym scenariuszu, skrót NLOS odnosi się do pomiaru w obecności cylindra, natomiast LOS do przypadku pomiaru bez cylindra między anteną nadawczą i odbiorczą. Również dla lepszej wizualizacji wyników w skali liniowej, rezultaty pomiarów cylindra w pozycji centralnej zostały pomnożone przez czynnik 100. Wyniki LOS na Rys 7.19a-b oraz 7.19c-d są równe tłumieniom sygnałów odbieranych podczas pomiarów anten odpowiednio dla pozycji 10° oraz 0° anteny nadawczej (10° - azymut promienia pełzającego po cylindrze od strony anteny nadawczej dla pozycji centralnej). Na Rys. 7.20a-b oraz 7.20c-d przedstawione są wyniki pomiaru fazy sygnału odebranego w postaci funkcji odpowiednio nieciągłej z zakresu wartości od -180° do $+180^\circ$ oraz ciągłej. Pomiary fazy zostały wykonane przy pozycji centralnej cylindra. Dla wyników pomiaru fazy punktem odniesienia jest faza sygnału, zmierzona przy braku cylindra między antenami, dla pozycji początkowej anteny nadawczej (ustalonej z pewną dokładnością jako centralną).

7.5 Przetwarzanie wyników pomiarów

W tym podpunkcie zostanie opisana procedura, według której „surowe” wyniki pomiarów zaprezentowane w podpunkcie 7.3 oraz 7.4 zostaną przetworzone, w celu osiągnięcia wyznaczonego celu w postaci wyznaczenia eksperymentalnych transmitancji i odpowiedzi impulsowej badanego cylindra.

7.5.1 Procedura przetwarzania wyników pomiarów

W tym podpunkcie zostanie opracowana procedura, prowadząca do wyznaczenia transmitancji badanego cylindra. Można to zrobić poprzez określenie schematu blokowego toru transmisji sygnału (toru pomiarowego), pokazującego elementy, które mają wpływ na postać gęstości widmowej oraz fazy odbieranego sygnału. Dla przypadku pomiaru anten tor propagacji sygnału można przedstawić za pomocą Rys. 7.21a. Dla pomiaru z cylindrem ścieżki propagacji sygnału od nadajnika do odbiornika pokazuje szczegółowo Rys. 7.21b, natomiast w postaci uproszczonej Rys. 7.21c.



Rys. 7.21. Schemat blokowy toru transmisji sygnału nadawanego $S(\omega)$ prowadzący do sygnału odebranego $R(\omega)$ dla przypadku bez cylindra między antenami – (a) oraz z cylindrem między antenami – (b), (c).

Sens oznaczeń zamieszczonych z Rys. 7.21. jest następujący:

- $S(\omega)$ – transformata Fouriera sygnału nadawanego,

- $N_k(\omega)$ – transmitancja widmowa części nadawczej (antena nadawcza oraz inne elementy strony nadawczej) toru transmisji sygnału $S(\omega)$, odpowiadająca pozycji anteny nadawczej: 0° ($k=0$), pierwszemu (dolnemu na Rys. 7.11 i 7.12) oraz drugiemu (górnemu na Rys. 7.11 i 7.12) promieniowi pełzającemu odpowiednio dla $k=1$ oraz $k=2$
- $A_1(\omega)$ oraz $A_2(\omega)$ – transmitancja części powietrznej toru transmisji sygnału $S(\omega)$ przy cylindrze między antenami, przyporządkowana odpowiednio do pierwszego oraz drugiego promienia pełzającego,
- $A_{LOS}(\omega)$ – transmitancja części powietrznej toru transmisji sygnału $S(\omega)$ przy braku cylindra między antenami,
- $O_1(\omega)$ oraz $O_2(\omega)$ – transmitancja części odbiorczej (antena odbiorcza oraz inne elementy strony odbiorczej) toru transmisji sygnału $S(\omega)$, przyporządkowana odpowiednio do pierwszego oraz drugiego promienia pełzającego
- $O(\omega)$ – transmitancja części odbiorczej toru transmisji sygnału przy braku cylindra między antenami,
- $H_1(\omega)$ oraz $H_2(\omega)$ – część transmitancji pierwszego - 1 oraz drugiego - 2 promienia pełzającego, odpowiadająca odcinkowi pełzania promienia po cylindrze
- $H(\omega)$ – transmitancja cylindra,
- $R_{1k}(\omega)$ – transformata sygnału odebranego przy pomiarze anten dla pozycji anteny nadawczej: 0° ($k=0$), odpowiadającej pierwszemu ($k=1$) oraz drugiemu ($k=2$) promieniowi pełzającemu,
- $R_2(\omega)$ – transformata sygnału odebranego przy pomiarze cylindra.

Wykorzystując informację, że w każdym scenariuszu pomiarów antena nadawcza była taka sama jak odbiorcza (ich charakterystyki powinny być takie same) oraz, że antena odbiorcza była przez cały okres pomiarów w pozycji 0° , transmitancje $O_1(\omega)$ oraz $O_2(\omega)$ można powiązać z transmitancją $O(\omega)$ poprzez zależność:

$$O_n(\omega) = O(\omega) \cdot \frac{N_n(\omega)}{N_0(\omega)} = O(\omega) \cdot \frac{R_{1n}(\omega)}{R_{10}(\omega)}, \quad n \in \{0, 1, 2\} \quad (7.1)$$

Wykorzystując powyższe oznaczenia, równania propagacji sygnału dla przypadku pomiaru anten (Rys. 7.21a) oraz cylindra (Rys. 7.21b), można zapisać poprzez równania odpowiednio (7.2) oraz (7.3).

$$R_{1k}(\omega) = S(\omega) \cdot N_k(\omega) \cdot A_{LOS k}(\omega) \cdot O(\omega) \quad (7.2)$$

$$R_2(\omega) = S(\omega) \cdot N_1(\omega) \cdot A_1(\omega) \cdot H_1(\omega) \cdot O_1(\omega) + S(\omega) \cdot N_2(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot H_2(\omega) \cdot O_2(\omega) \quad (7.3)$$

Grupując wyrażenia w równaniach (7.2) oraz (7.3) oraz zapisując niektóre z występujących w nich transmitancji poprzez wyodrębnienie modułu i fazy transmitancji, (7.2) oraz (7.3) można przekształcić do równań odpowiednio (7.4) oraz (7.5)

$$|R_{1k}(\omega)|e^{j\varphi_{R_{1k}}(\omega)} = S(\omega) \cdot |N_k(\omega)| \cdot |A_{LOS}(\omega)| \cdot |O(\omega)|e^{j[\varphi_{N_k}(\omega) + \varphi_{A_{LOS}}(\omega) + \varphi_O(\omega)]} \quad (7.4)$$

$$|R_2(\omega)|e^{j\varphi_{R_2}(\omega)} = S(\omega) \cdot \left[|N_1(\omega)| \cdot |A_1(\omega)| \cdot |H_1(\omega)| \cdot |O_1(\omega)|e^{j[\varphi_{N_1}(\omega) + \varphi_{A_1}(\omega) + \varphi_{O_1}(\omega)]} + \right. \\ \left. + |N_2(\omega)| \cdot |A_2(\omega)| \cdot |H_2(\omega)| \cdot |O_2(\omega)|e^{j[\varphi_{N_2}(\omega) + \varphi_{A_2}(\omega) + \varphi_{O_2}(\omega)]} \right] \quad (7.5)$$

W celu wyznaczenia transmitancji cylindra $H(\omega)$, zaznaczonej na Rys. 7.21c, należy dokonać pewnych uproszczeń w równaniu (7.5). W celu określenia $H(\omega)$ dla pozycji centralnej cylindra, założono w pierwszej kolejności, że moduły transmitancji części nadawczej, odbiorczej oraz powietrznej toru propagacji sygnału, dla pierwszego oraz drugiego promienia pełzającego, są sobie w przybliżeniu równe, co następuje, gdy ustawienie anten i cylindra zostało wykonane w miarę dokładnie. Wtedy (7.5) można zapisać jako:

$$|R_2(\omega)|e^{j\varphi_{R_2}(\omega)} = S(\omega) \cdot |N_1(\omega)| \cdot |A_1(\omega)| \cdot |O_1(\omega)| \left[|H_1(\omega)|e^{j[\varphi_{N_1}(\omega) + \varphi_{A_1}(\omega) + \varphi_{O_1}(\omega)]} + \right. \\ \left. + |H_2(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{N_2}(\omega) + \varphi_{A_2}(\omega) + \varphi_{O_2}(\omega)]} \right] \quad (7.6)$$

Poprzez podzielenie obustronne równania (7.6) przez (7.4) przy $k=1$ oraz podstawienie do (7.6) zależności (7.1), otrzymujemy równanie (7.7).

$$\frac{|R_2(\omega)|e^{j\varphi_{R_2}(\omega)}}{|R_{11}(\omega)|e^{j\varphi_{R_{11}}(\omega)}} =$$

$$= \frac{|A_1(\omega)| \cdot |R_{11}(\omega)| \cdot [H_1(\omega)e^{j[\varphi_{N_1}(\omega) + \varphi_{A_1}(\omega) + \varphi_{R_{11}}(\omega)]} + H_2(\omega) \cdot e^{j[\varphi_{N_2}(\omega) + \varphi_{A_2}(\omega) + \varphi_{R_{11}}(\omega)]}]}{|A_{LOS}(\omega)| \cdot |R_{10}(\omega)| e^{j[\varphi_{N_1}(\omega) + \varphi_{A_{LOS}}(\omega) + \varphi_{R_{10}}(\omega)]}} \quad (7.7)$$

Dalsze uproszczenie równania (7.7) polega na założeniu, że charakterystyki fazowe części powietrznej oraz nadawczej, tworzące transmitancję każdego promienia pełzającego, są sobie równe, tzn.:

$$\varphi_{N_1}(\omega) = \varphi_{N_2}(\omega) \quad (7.8a)$$

$$\varphi_{A_1}(\omega) = \varphi_{A_2}(\omega) \quad (7.8b)$$

Przy powyższym założeniu równanie (7.7) można zapisać następująco:

$$\frac{|R_2(\omega)| e^{j\varphi_{R_2}(\omega)}}{|R_{11}(\omega)| e^{j\varphi_{R_{11}}(\omega)}} = \frac{|A_1(\omega)| |R_{11}(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{A_1}(\omega) + \varphi_{R_{11}}(\omega)]} [H_1(\omega) + H_2(\omega)]}{|A_{LOS}(\omega)| |R_{10}(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{A_{LOS}}(\omega) + \varphi_{R_{10}}(\omega)]}} \quad (7.9)$$

Transmitancja cylindra dla pozycji centralnej jest dana wzorem (7.10). Aby ją wyznaczyć na podstawie wyników pomiarów, należy przekształcić wzór (7.9), otrzymując wzór (7.11).

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\varphi_H(\omega)} = H_1(\omega) + H_2(\omega) \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} |H(\omega)| e^{j\varphi_H(\omega)} &= \frac{|R_2(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{R_2}(\omega)} |R_{10}(\omega)| e^{j\varphi_{R_{10}}(\omega)} \cdot |A_{LOS}(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{A_{LOS}}(\omega)}}{|R_{11}(\omega)|^2 \cdot e^{j2\varphi_{R_{11}}(\omega)} \cdot |A_1(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{A_1}(\omega)}} = \\ &= \frac{|R_2(\omega)| |R_{10}(\omega)| \cdot |A_{LOS}(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{R_2}(\omega) + \varphi_{R_{10}}(\omega) + \varphi_{A_{LOS}}(\omega)]}}{|R_{11}(\omega)|^2 \cdot |A_1(\omega)| \cdot e^{j[2\varphi_{R_{11}}(\omega) + \varphi_{A_1}(\omega)]}} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Wykorzystując (7.11) można przedstawić oddzielnie równania dla modułu (kwadratu modułu) i fazy transmitancji cylindra w postaci wzorów odpowiednio (7.12) oraz (7.13).

$$|H(\omega)|^2 = \frac{|R_2(\omega)|^2 \cdot |R_{10}(\omega)|^2 \cdot |A_{LOS}(\omega)|^2}{|R_{11}(\omega)|^4 \cdot |A_1(\omega)|^2} \quad (7.12)$$

gdzie:

$|H(\omega)|^2$ - kwadrat amplitudy transmitancji cylindra w pozycji centralnej,

$|R_2(\omega)|^2$ - gęstość widmowa sygnału odbieranego przy pomiarze cylindra,

$|A_{LOS}(\omega)|^2$ - gęstość widmowa powietrznej części toru pomiarowego przy pomiarze anten,

$|R_{11}(\omega)|^2$ - gęstość widmowa sygnału odbieranego przy pomiarze anten w pozycji anteny nadawczej, przyporządkowanej pierwszemu promieniowi pełzającemu,

$|R_{10}(\omega)|^2$ - gęstość widmowa sygnału odbieranego przy pomiarze anten w pozycji anteny nadawczej - 0° ,

$|A_1(\omega)|^2$ - gęstość widmowa części powietrznej drogi promienia pełzającego przy cylindrze między antenami,

$$\varphi_H(\omega) = [\varphi_{R_2}(\omega) + \varphi_{R_{10}}(\omega) - 2\varphi_{R_{11}}(\omega)] - [\varphi_{A_1}(\omega) - \varphi_{A_{LOS}}(\omega)], \quad (7.13)$$

gdzie:

$\varphi_H(\omega)$ - charakterystyka fazowa transmitancji cylindra w pozycji centralnej,

$\varphi_{R_2}(\omega)$ - charakterystyka fazowa sygnału odbieranego przy cylindrze między antenami,

$\varphi_{R_{11}}(\omega)$ - charakterystyka fazowa sygnału odbieranego przy braku cylindra między antenami dla pozycji anteny nadawczej, przyporządkowanej pierwszemu promieniowi pełzającemu

$\varphi_{R_{10}}(\omega)$ - charakterystyka fazowa sygnału odbieranego przy braku cylindra między antenami dla pozycji anteny nadawczej - 0° .

$\varphi_{A_1}(\omega)$ - charakterystyka fazowa części powietrznej drogi promienia pełzającego przy cylindrze między antenami,

$\varphi_{A_{LOS}}(\omega)$ - charakterystyka fazowa powietrznej części toru pomiarowego przy pomiarze anten.

Wszystkie charakterystyki części powietrznej toru transmisji sygnału zależą jedynie od długości ścieżki powietrznej i mogą być wyznaczone przy wykorzystaniu teorii.

W celu wyznaczenia wzoru, na podstawie którego będzie można określić funkcję $|H(\omega)|^2$ dla pozycji stycznej cylindra, należy wykonać uproszczenie polegające na pominięciu wpływu sygnału, przyporządkowanego drugiemu promieniowi pełzającemu, na amplitudę sygnału odebranego. Przy wartościach średnic badanych cylindrów oraz wartościach parametrów, opisujących wzajemne ustawienia cylindrów oraz anten, podanych w podpunktach 7.3 oraz 7.4, uwzględnienie drugiego promienia pełzającego, powoduje w symulacjach zmianę amplitudy sygnału, nie przekraczającą $\pm 2.3\%$. Mając to na uwadze, równanie (7.5) dla pozycji stycznej cylindra można uprościć do postaci:

$$|R_2(\omega)|e^{j\varphi_{R_2}(\omega)} = S(\omega) \cdot |N_1(\omega)| \cdot |A_1(\omega)| \cdot H_1(\omega) \cdot |O_1(\omega)|e^{j[\varphi_{N_1}(\omega)+\varphi_{A_1}(\omega)+\varphi_{O_1}(\omega)]}. \quad (7.14)$$

Poprzez obustronne podzielenie równania (7.14) przez (7.4) przy $k=0$ oraz podstawienie do (7.14) zależności (7.1), powstanie równanie (7.15).

$$\frac{|R_2(\omega)|e^{j\varphi_{R_2}(\omega)}}{|R_{10}(\omega)|e^{j\varphi_{R_{10}}(\omega)}} = \frac{|A_1(\omega)| \cdot |R_{10}(\omega)| \cdot H_1(\omega)e^{j[\varphi_{N_1}(\omega)+\varphi_{A_1}(\omega)+\varphi_{R_{10}}(\omega)]}}{|A_{LOS}(\omega)| \cdot |R_{10}(\omega)|e^{j[\varphi_{N_1}(\omega)+\varphi_{A_{LOS}}(\omega)+\varphi_{R_{10}}(\omega)]}} \quad (7.15)$$

Transmitancja cylindra dla pozycji stycznej jest dana wzorem (7.16). Aby ją wyznaczyć na podstawie wyników pomiarów, należy przekształcić wzór (7.15), otrzymując wzór (7.17).

$$H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi_H(\omega)} = H_1(\omega) \quad (7.16)$$

$$\begin{aligned} |H(\omega)|e^{j\varphi_H(\omega)} &= \frac{|R_2(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{R_2}(\omega)} |R_{10}(\omega)|e^{j\varphi_{R_{10}}(\omega)} \cdot |A_{LOS}(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{A_{LOS}}(\omega)}}{|R_{10}(\omega)|^2 \cdot e^{j2\varphi_{R_{10}}(\omega)} \cdot |A_1(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{A_1}(\omega)}} = \\ &= \frac{|R_2(\omega)| \cdot |A_{LOS}(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{R_2}(\omega)+\varphi_{A_{LOS}}(\omega)]}}{|R_{10}(\omega)| \cdot |A_1(\omega)| \cdot e^{j[\varphi_{R_{10}}(\omega)+\varphi_{A_1}(\omega)]}} \end{aligned} \quad (7.17)$$

Wykorzystując (7.17), można przedstawić równanie dla modułu (kwadratu modułu) transmitancji cylindra dla pozycji stycznej w postaci wzoru (7.18).

$$|H(\omega)|^2 = \frac{|R_2(\omega)|^2 \cdot |A_{Los}(\omega)|^2}{|R_{10}(\omega)|^2 \cdot |A_1(\omega)|^2} \quad (7.18)$$

gdzie:

$|H(\omega)|^2$ - kwadrat amplitudy transmitancji cylindra w pozycji stycznej,

Reszta oznaczeń występująca we wzorze (7.18) opisana została przy wzorze (7.12).

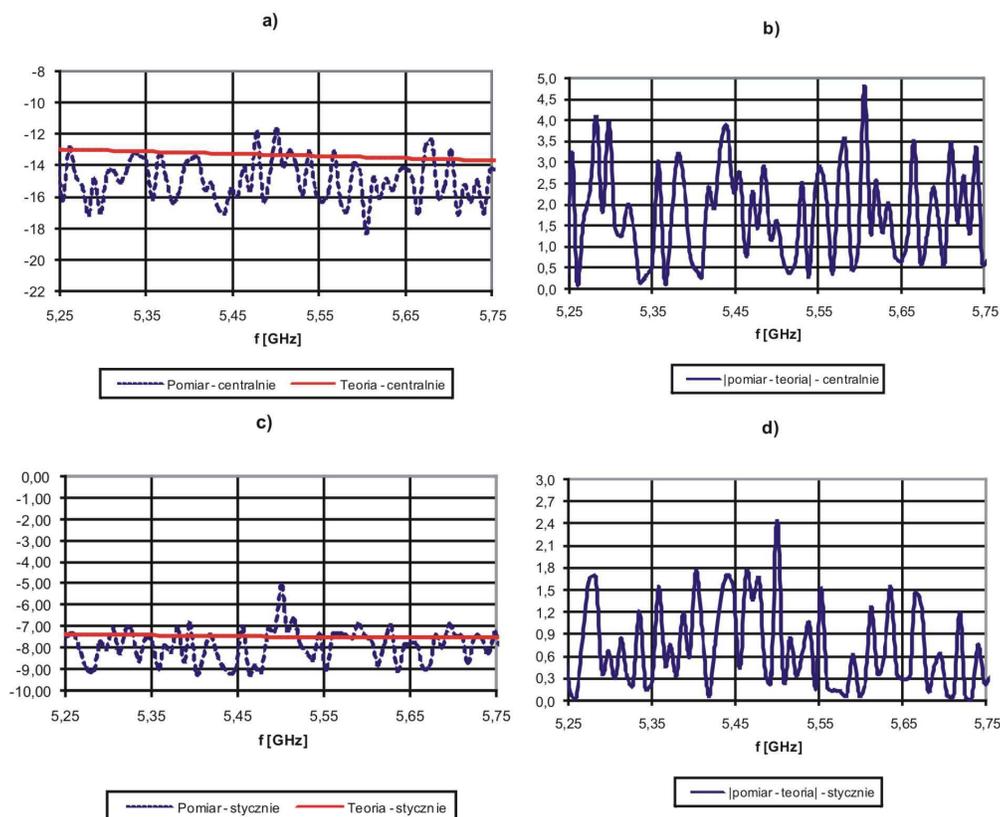
W podpunkcie tym wyprowadzone zostały zależności, pozwalające wyznaczyć, z pewną dokładnością, amplitudę transmitancji badanych cylindrów w pozycji centralnej i stycznej oraz fazę transmitancji cylindra przy pozycji centralnej. Zależności te są różne dla pozycji centralnej oraz stycznej cylindra i zostały opisane odpowiednio wzorami (7.12-13) oraz (7.18).

7.5.2 Zmierzona i teoretyczna transmitancja badanego cylindra

W tym podpunkcie przedstawione zostaną wyniki wyznaczonego eksperymentalnie kwadratu amplitudy transmitancji - $|H(f)|^2$ badanego cylindra w pierwszym oraz drugim scenariuszu pomiarów, dla pozycji centralnej oraz stycznej cylindra oraz charakterystyka fazowa badanego cylindra dla pozycji centralnej cylindra w drugim scenariuszu pomiarów (komora bezodbiciowa). W celu eksperymentalnego wyznaczenia funkcji $|H(f)|^2$ oraz $\varphi(f)$ ($\omega=2\pi f$) badanego cylindra, zastosowane zostały wzory odpowiednio (7.12), (7.18) oraz (7.13). Otrzymane z pomiarów $|H(f)|^2$ oraz $\varphi(f)$ zostały porównane z teoretycznymi $|H(\omega)|^2$ oraz $\varphi(\omega)$. Transmitancja teoretyczna jest sumą transmitancji $H_1(\omega)$ oraz $H_2(\omega)$ (wzór (7.10)), przypisanych do pojedynczych promieni pełzających, prowadzących od punktu anteny nadawczej do punktu anteny odbiorczej (Rys. 7.11, 7.12). Każda z tych dwóch transmitancji została wyznaczona poprzez wykorzystanie, wzorów (4.10a) oraz (4.26a-b).

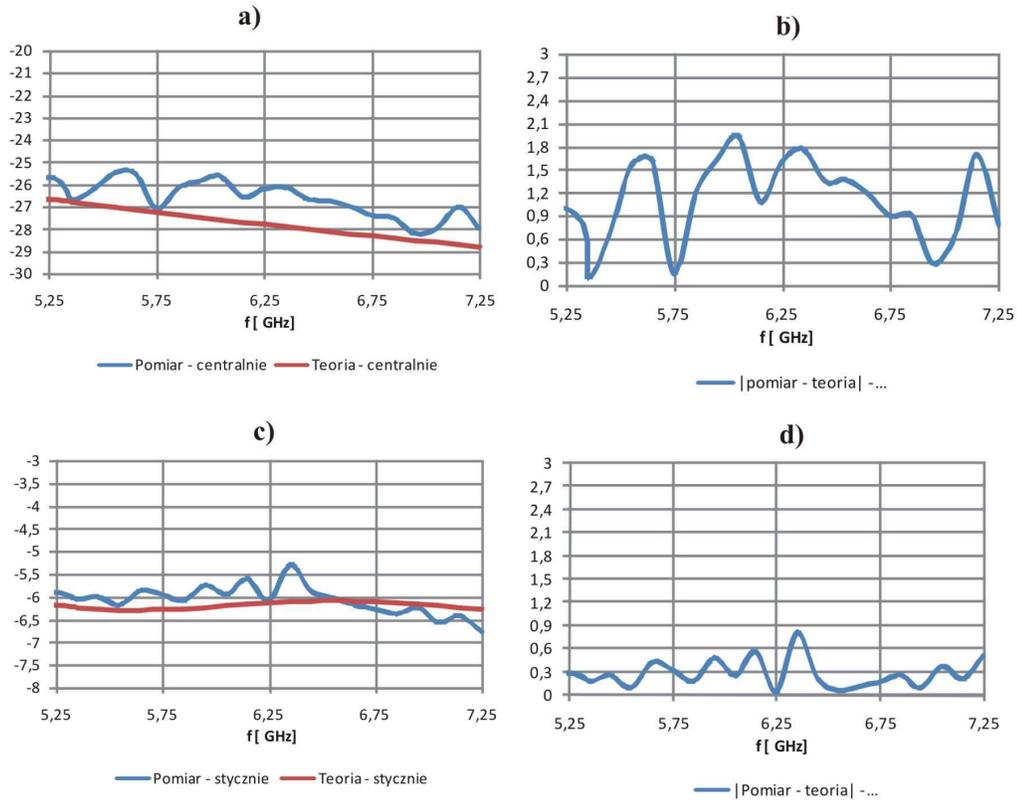
Na Rys. 7.22 przedstawione są wyniki porównania kwadratu amplitudy transmitancji wyznaczonego na podstawie wyników pomiarów dla pierwszego scenariusza z tymi, uzyskanymi z wzorów (4.10a) i (4.26b). Funkcje te zostały wyznaczone dla polaryzacji twardej fali elektromagnetycznej padającej na cylinder. Na Rys. 7.22a oraz 7.22b zamieszczone są odpowiednio porównanie postaci teoretycznej oraz wynikłej z pomiarów funkcji $|H(f)|^2$ oraz wykres różnicy między obydwoimi funkcjami $|H(f)|^2$ dla pozycji centralnej cylindra. Na Rys. 7.22c oraz 7.22d przedstawione są natomiast ana-

logiczne zależności dla pozycji stycznej cylindra. Wszystkie zależności z Rys. 7.22 pokazane są w skali decybelowej w dziedzinie 5,25-5,75 GHz. Różnica między teoretyczną a eksperymentalną postacią funkcji $|H(f)|^2$ dla przypadku pozycji centralnej oraz stycznej cylindra, zawiera się w przybliżeniu w przedziale odpowiednio od 0,2 dB do 4 dB oraz od 0 dB do 2 dB. Średnie wartości tych różnic względem analizowanego pasma częstotliwości wynoszą około 2 dB oraz 1 dB dla pozycji odpowiednio centralnej oraz stycznej cylindra. W porównaniu do wymienionych średnich wartości różnic, odchylenia wartości rozbieżności od jej średniej wartości dla poszczególnych częstotliwości są znaczące. Zarówno charakter zmierzonej funkcji $|H(f)|^2$ oraz funkcji różnicy między eksperymentalną a teoretyczną postacią $|H(f)|^2$, jest szybko zmienny. Ten fakt sugeruje, że w czasie pomiarów do anteny odbiorczej, poza składową dyfrakcji na cylindrze, dochodziły również inne składowe pola, które można uznać za zakłócenia pomiarów. Zakłócenia te mogły wpłynąć na zwiększenie różnicy między eksperymentalną a teoretyczną funkcją $|H(f)|^2$ dla poszczególnych częstotliwości. Jednak na podstawie analizy literatury, w której są zamieszczone rezultaty porównania wyników eksperymentów pomiarowych i teoretycznych [np. 3, str. 75], można stwierdzić, że zmierzona funkcja $|H(f)|^2$ ma zgodny charakter z teoretyczną funkcją $|H(f)|^2$. Można uznać, że warunkach pomiarów z scenariusza pierwszego, różnice między wynikami pomiarów a teoretycznymi są w dopuszczalnych granicach. W pierwszym scenariuszu pomiarowym dobre warunki pomiarowe nie mogły być do końca zapewnione z powodu obecności w otoczeniu anteny odbiorczej obiektów, które mogły wpływać na sygnał odebrany. Z tego względu trudno było uzyskać dokładną izolację składowej dyfrakcji na cylindrze w sygnale odbieranym. Dodatkowo w pomiarach tych, z powodu braku dostępu do precyzyjnego masztu obrotowego, pozycje anten ustalane musiały być ręcznie. Dlatego można stwierdzić, że w opisanych warunkach, wyniki pomiarów oraz teoretyczne są ze sobą w wystarczającej zgodności.



Rys. 7.22. Porównanie wyznaczonej eksperymentalnie (Pomiar – centralnie/ stycznie) oraz teoretycznie (Teoria – centralnie/ stycznie) funkcji $|H(f)|^2$ dla pozycji centralnej – (a) i stycznej cylindra – (c) oraz różnice między eksperymentalnym i teoretycznym $|H(f)|^2$ ($|pomiar - teoria|$) przy pozycji centralnej – (b) i stycznej (d) cylindra w przypadku pierwszego scenariusza pomiarów.

Zestawienie wyników pomiarów oraz teorii dla przypadku drugiego scenariusza pomiarów jest zamieszczone na Rys. 7.23 oraz na Rys. 7.24. Rezultaty teoretyczne są obliczone ze wzorów (4.10a) oraz (4.26a). Wyniki te zostały wyznaczone dla polaryzacji miękkiej fali elektromagnetycznej padającej na cylinder. Na Rys. 7.23 przedstawione jest porównanie funkcji $|H(f)|^2$ wynikającej z pomiarów oraz z teorii. W odróżnieniu od pierwszego scenariusza pomiarów, w drugim zostały przeprowadzone pomiary charakterystyki fazowej badanego cylindra. Porównanie charakterystyki fazowej, wyznaczonej przy wykorzystaniu wyników pomiarów z teoretyczną znajduje się na Rys. 7.24.



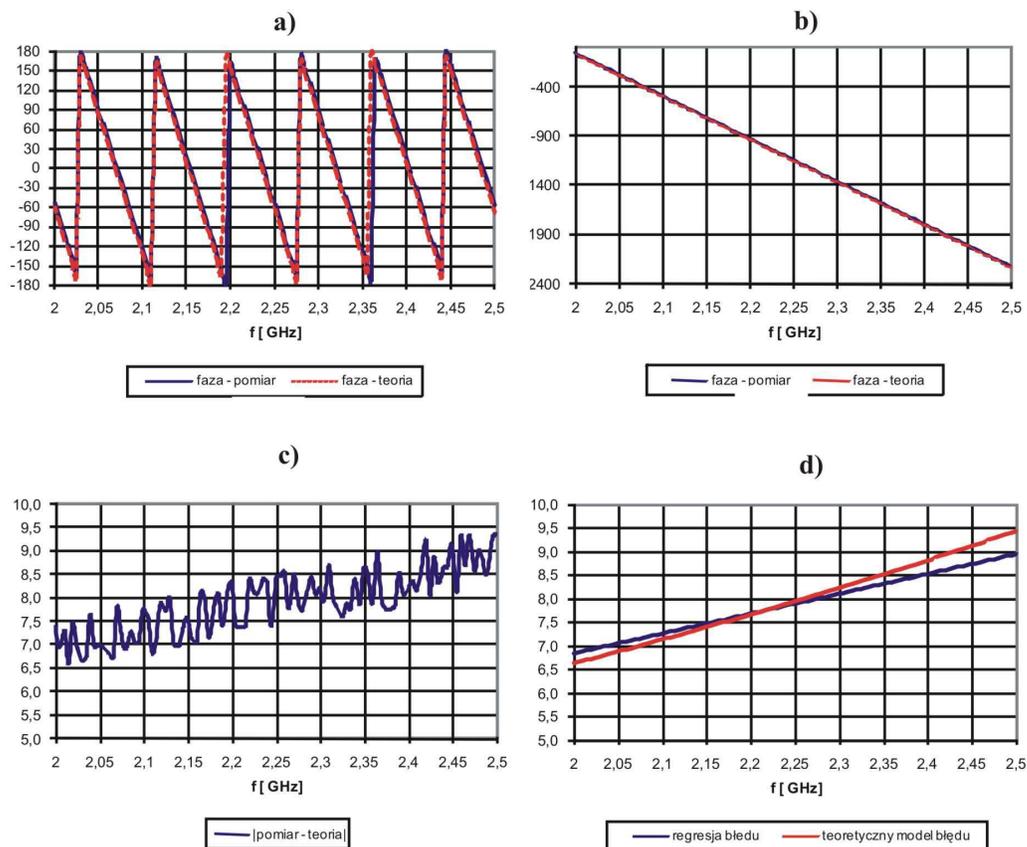
Rys. 7.23. Porównanie wyznaczonej eksperymentalnie (Pomiar – centralnie/ stycznie) oraz teoretycznie (Teoria – centralnie/ stycznie) funkcji $|H(f)|^2$ dla pozycji centralnej – (a) i stycznej cylindra – (c) oraz różnice między eksperymentalnym i teoretycznym $|H(f)|^2$ ($|\text{pomiar} - \text{teoria}|$) przy pozycji centralnej – (b) i stycznej (d) cylindra dla drugiego scenariusza pomiarów.

Analogicznie, jak w przypadku Rys. 7.22 dla pierwszego scenariusza pomiarów, na Rys. 7.23a oraz 7.23b zamieszczone są odpowiednio porównanie postaci teoretycznej oraz wynikającej z pomiarów funkcji $|H(f)|^2$ oraz wykres różnicy między obydwoma funkcjami $|H(f)|^2$ dla pozycji centralnej cylindra. Na Rys. 7.23c oraz 7.23d przedstawione są natomiast analogiczne zależności dla pozycji stycznej cylindra. Wszystkie wykresy na Rys. 7.23 przedstawione są w skali decybelowej w dziedzinie 5,25-7,25 GHz.

Błąd, dla przypadku pozycji centralnej oraz stycznej cylindra, zawiera się w przybliżeniu w przedziale odpowiednio od 0,2 dB do 1,9 dB oraz od 0,1 dB do 0,8 dB. Średnie wartości tych różnic względem analizowanego pasma częstotliwości wynoszą około 1 dB oraz 0,4 dB dla pozycji odpowiednio centralnej oraz stycznej cylindra. Charakter funkcji $|H(f)|^2$, wyznaczonej z pomiarów oraz funkcji różnicy między wynikami pomiarów a teoretycznymi, jest wolniej zmienny niż w przypadku pierwszego scenariusza. Składowe fali pochodzące z odbić są eliminowane przez absorbery komory bezod-

7. Eksperymentalna weryfikacja opracowanego modelu

biciowej. Na podstawie porównania wyników pomiarów i teoretycznych w drugim scenariuszu pomiarów, można stwierdzić, że została uzyskana jeszcze większa zgodność funkcji $|H(f)|^2$, uzyskanej z pomiarów z teoretyczną niż w przypadku pierwszego scenariusza pomiarów. Fakt ten był zgodny z przewidywaniami, ponieważ warunek dominacji składowej dyfrakcji pola na cylindrze był w komorze bezodbiciowej spełniony.



Rys. 7.24. Porównawcze wyniki wyznaczonej eksperymentalnie fazy $H(f)$ w drugim scenariuszu dla pozycji centralnej cylindra w postaci funkcji nieciągłej – (a) i ciągłej – (b), różnica między eksperymentalną fazą $H(f)$ i teoretyczną – (c) oraz porównanie regresji liniowej błędu c) z błędem wyznaczonym przez symulację niedokładności ustawienia anten i cylindra – (d).

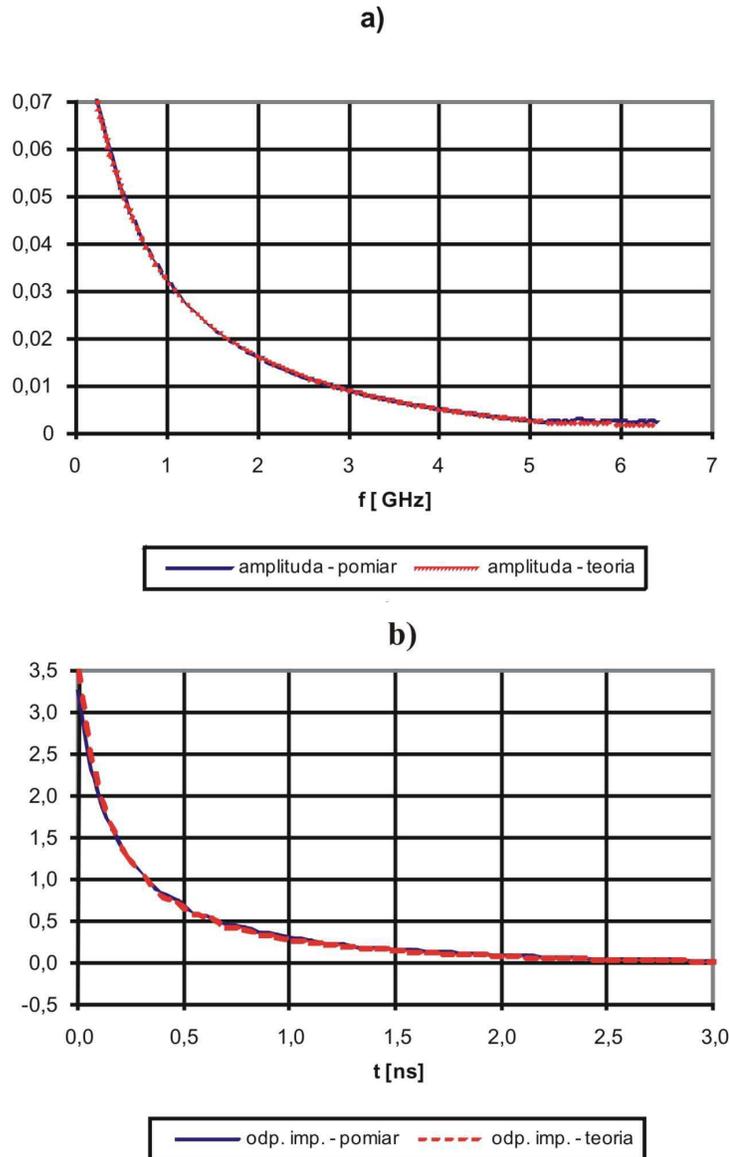
Pomiar charakterystyki fazowej cylindra został przeprowadzony dla pozycji centralnej cylindra. Na Rys. 7.24a oraz 7.24b są zamieszczone wyniki pomiarów fazy transmitancji cylindra w przedziale częstotliwości 2-2,5 GHz odpowiednio w postaci funkcji nieciągłej (w zakresie od -180° do 180°) oraz ciągłej. Charakterystyka fazowa jest zmierzona względem fazy sygnału odbieranego przy pomiarze bez cylindra między antenami dla pozycji początkowej anteny nadawczej. Na Rys. 7.24c pokazana jest różnica między zmierzoną oraz teoretyczną charakterystyką fazową cylindra. Natomiast

Rys. 7.24d przedstawia porównanie regresji liniowej dla funkcji błędu z Rys. 7.24c z teoretyczną funkcją błędu, powstałą przez symulację niedokładnego rozmieszczenia anten oraz cylindra względem anten. Realizacja symulacji tego błędu odpowiada sytuacji, gdy osie symetrii anten oraz cylindra są przesunięte względem siebie o 4 cm, przy jednoczesnym pokrywaniu się osi symetrii anten. Skutkuje to różnicą w długości promieni pełzających z Rys. 7.11 o ok. 2.5 cm, co powoduje różnicę w fazach transmitancji przypisanych do promieni. Spowodowane jest to różnicą między kątami θ_1 oraz θ_2 (Rys. 7.11), a tym samym różnicą długości dróg pełzania promieni po cylindrze. Czyli funkcja rozbieżności między fazą transmitancji przy idealnym rozmieszczeniu anten i cylindra, a fazą transmitancji przy niedokładnościach w ich rozmieszczeniu, ma tym większe wartości, im większa jest różnica między długością promieni pełzających. Funkcja ta ma charakter rosnący względem częstotliwości. Przy ustalonej różnicy długości między promieniami - Δd , różnica między fazami transmitancji promieni rośnie proporcjonalnie do częstotliwości zgodnie z czynnikiem $\exp(-j2\pi f\Delta d/v)$, gdzie v jest prędkością propagacji fali w powietrzu. Reasumując, przy wynikach porównawczych z Rys. 7.24, można stwierdzić, że wyniki pomiarów fazy transmitancji cylindra mają charakter zgodny z teorią.

7.5.3 Zmierzona i teoretyczna odpowiedź impulsowa cylindra

W poprzednim podpunkcie zostały wyznaczone charakterystyki badanego cylindra w dziedzinie częstotliwości. W tym podpunkcie przedstawione zostanie porównanie charakterystyk cylindra w dziedzinie czasu dla drugiego scenariusza pomiarów przy pozycji centralnej cylindra. Będą nimi odpowiedź impulsowa cylindra powstała na podstawie wyników pomiarów w dziedzinie częstotliwości oraz teoretyczna odpowiedź impulsowa cylindra. Eksperymentalna odpowiedź impulsowa zostanie wyznaczona poprzez wykorzystanie szybkiej transformaty Fouriera – IFFT dla zmierzonych próbek transmitancji cylindra dla częstotliwości z zakresu do 6,40 GHz włącznie. Chociaż pomiary zostały wykonane również dla większych wartości częstotliwości, to na potrzeby IFFT liczba tych próbek została ograniczona. Została wyznaczona 128-punktowa IFFT na próbkach transmitancji dla częstotliwości z odstępem co 0,05 GHz. Brakujące próbki amplitudy transmitancji dla $f < 5,25$ GHz zostały wyznaczone poprzez obliczenia teoretyczne. Natomiast niezmierzone wartości próbek amplitudy transmitancji z zakresu 5,25-6,40 GHz (pomiarów były wykonywane z odstępem co 0,1 GHz), obliczono poprzez

zastosowanie interpolacji liniowej dla próbek zmierzonych w przedziale częstotliwości 5,25-7,25 GHz. Próbki charakterystyki fazowej zostały wyznaczone przy wykorzystaniu regresji liniowej dla wyników pomiarów w paśmie 2,0-2,5 GHz. Zmierzona charakterystyka fazowa jest praktycznie funkcją liniową. Z tego względu można zastosować regresję liniową wyników pomiarów z pasma 2,0-2,5 GHz dla reszty pasma częstotliwości. Amplituda powstałej w opisany sposób transmitancji cylindra, jest pokazana na Rys. 7.25a, na którym została ona porównana z teoretyczną funkcją $|H(f)|$. Teoretyczna odpowiedź impulsowa cylindra została wyznaczona na podstawie wzorów: (4.18) i (4.45a). W tym przypadku można wykorzystać wzór (4.45a), ponieważ maksymalna wartość argumentu ξ_d (przy $f=6,4$ GHz) wynosi 0,88. Z tego względu można wykorzystać aproksymację funkcji rozpraszania Focka dla $\xi_d < \xi_{dTh}$. Porównanie odpowiedzi impulsowej, powstałej na podstawie wyników pomiarów z teoretyczną odpowiedzią impulsową cylindra, przedstawione jest na Rys. 7.25b. Zestawienie wyników teoretycznych z pomiarami pokazuje, że teoretyczna oraz eksperymentalna odpowiedź impulsowa są ze sobą zgodne. Drugim spostrzeżeniem, wynikającym z wykresów zamieszczonych na Rys. 7.25a-b, jest to, że rozbieżności między teoretyczną a eksperymentalną funkcją $|H(f)|$ w wyższym paśmie częstotliwości (5,25-6,40 GHz), powoduje rozbieżności między teoretyczną i eksperymentalną funkcją $h(t)$ dla małych argumentów czasu (składowe transmitancji dla wyższych częstotliwości mają większy wpływ na wartości odpowiedzi impulsowej dla czasów bliższych).



Rys. 7.25 . Eksperymentalne i teoretyczne wyniki $|H(f)|^2$ – (a) oraz $h(t)$ – (b).

7.6 Podsumowanie

Wyniki zaprezentowane w tym rozdziale pozwalają na eksperymentalne zweryfikowanie głównych wyników tej rozprawy, które zostały zawarte w rozdziałach 4 oraz 5 rozprawy. Weryfikacja polegała na sprawdzeniu, czy wyniki obliczane za pomocą wyrażeń z rozdziału 4 oraz 5 są zgodne z rzeczywistością. Dokładniej, weryfikacja polegała na sprawdzeniu, czy wyznaczone w rozdziale 4 i 5 współczynniki dyfrakcji mogą być wykorzystywane przy symulacji propagacji fali elektromagnetycznej w kanałach z przeszkodami, które można modelować obiektami wypukłymi. Weryfikacja eksperymental-

na była niezbędna dla celów oceny przydatności przedstawionego w rozprawie modelu, do jego implementacji w programach, symulujących propagację pola elektromagnetycznego UWB w kanałach, zawierających obiekty wypukłe. Chociaż pomiary opisane w tym rozdziale zostały przeprowadzone w warunkach odnoszących się jedynie do 4-tego rozdziału (dyfrakcja na pojedynczym obiekcie wypukłym), to można ekstrapolować wnioski wynikające z tej weryfikacji na problemy opisane w 5 rozdziale rozprawy. To stwierdzenie wynika z faktu, że w rozdziale 5-tym zostały przedstawione metody analogiczne do tych zaprezentowanych w rozdziale 4-tym.

Pomiary zostały przeprowadzone dla dwóch rodzajów cylindrów w dwóch różnych scenariuszach. W pierwszym z nich wykorzystano polaryzację twardą fali padającej na cylinder, natomiast w drugim polaryzacja fali była miękka. W ten sposób eksperymentalna weryfikacja wyrażeń otrzymanych w rozdziale 4-tym, została przeprowadzona dla obydwu podstawowych polaryzacji fali. Inne polaryzacje fali mogą być uzyskane poprzez kombinację dwóch podstawowych.

Główny wniosek płynący z porównania teoretycznych postaci amplitudy oraz fazy transmitancji cylindra, a w szczególności odpowiedzi impulsowej cylindra, z wynikami uzyskanymi poprzez pomiary jest następujący. Wyznaczone w tej rozprawie współczynniki dyfrakcji na obiektach wypukłych, mogą być z powodzeniem wykorzystywane przy analizie propagacji fali EM UWB na rzeczywistych obiektach wypukłych oraz tych, które można modelować takimi obiektami.

Wystarczająca i duża zgodność teoretycznego modułu transmitancji oraz charakterystyki fazowej z wynikami pomiarów została potwierdzona zarówno dla pozycji stycznej, jak i centralnej cylindra. W przypadku drugiego scenariusza pomiarów została pokazana duża zgodność teoretycznej postaci odpowiedzi impulsowej cylindra z odpowiedzią impulsową, wynikającą z pomiarów. Chociaż w przypadku pierwszego scenariusza pomiarów zgodność wyników teoretycznych z tymi, uzyskanymi z pomiarów jest mniejsza niż w przypadku pierwszego scenariusza pomiarów, to można stwierdzić, że jest ona wystarczająca [3, str 75].

8. Podsumowanie rozprawy i wnioski końcowe

Teza postawiona w pierwszym rozdziale rozprawy została sformułowana w sposób następujący:

„Możliwe jest opracowanie czasowego współczynnika dyfrakcji (odpowiedzi impulsowej) jednej przeszkody lub wielu przeszkód wypukłych oraz procedury obliczania tych odpowiedzi, za pomocą których możnaby w efektywny sposób, bezpośrednio w dziedzinie czasu, analizować propagację sygnału UWB w torze transmisyjnym”.

W celu udowodnienia tej tezy, w rozprawie został postawiony cel wyznaczenia odpowiedzi impulsowej przeszkody wypukłej oraz kaskady przeszkód wypukłych i opracowania procedury efektywnego obliczania tych odpowiedzi oraz weryfikacja opracowanych w rozprawie wyników poprzez pomiary i obliczenia numeryczne zniekształcenia impulsu UWB na przeszkodach wypukłych. W szczególności w rozprawie zostały przedstawione następująca wyniki opracowań i rozważań:

W rozdziale 4 pokazane zostały dwa sposoby wyprowadzenia odpowiedzi impulsowej pojedynczej przeszkody wypukłej. Pierwszy z nich opierał się na wyznaczeniu odpowiedzi impulsowej konkretnego obiektu wypukłego, przez połączenie operacji analitycznych oraz metody numerycznej, jaką jest „vector fitting”. Wyznaczona tą metodą odpowiedź impulsowa, umożliwia uzyskanie dokładnych wyników symulacji propagacji impulsu UWB na przeszkodzie wypukłej, co zostało pokazane w podpunkcie 6.3.1. Jednak analiza złożoności obliczeniowej wyznaczania próbek odpowiedzi impulsowej tą metodą, pokazała, że może być ona znacząca. Fakt ten wynika z konieczności każdorazowego uruchamiania implementacji algorytmu „vector fitting” w celu wyznaczenia odpowiedzi impulsowej przeszkody o nowych parametrach (dla przeszkody o zadanych parametrach odpowiedź impulsowa ma unikalną formę w postaci residuów oraz biegunów). Stałym czynnikiem wpływającym na czas symulacji zniekształcenia impulsu UWB, jest złożoność obliczeniowa numerycznej procedury splotu próbek odpowiedzi impulsowej oraz próbek impulsu UWB. Nie opracowano procedury usprawniającej te obliczenia.

Druga z opracowanych w rozdziale 4 odpowiedzi impulsowych, została wyprowadzona metodami analitycznymi poprzez wykorzystanie aproksymacji wyrażeń UTD w dziedzinie częstotliwości. W tym celu zostały szeroko przebadane różne rodzaje

aproxymacji funkcji rozpraszania Focka, a synteza wyników tych badań została pokazana. Następnie aproksymowana transmitancja przeszkody wypukłej przetransformowana została do dziedziny czasu z wykorzystaniem odwrotnej transformaty Laplacea oraz jednostronnej odwrotnej transformaty Fouriera. Uzyskano w ten sposób dwie postacie odpowiedzi impulsowych, które są funkcjami parametrów przeszkody oraz separacji przeszkody od punktu nadawania oraz odbioru. Pierwsza z tych odpowiedzi jest przeznaczona dla impulsów UWB w relatywnie niższym paśmie (np. impuls Gaussa), natomiast druga, dla impulsów z pasma wyższego (6.11). Jednak w wielu praktycznych przypadkach (dla mniejszych R oraz θ) również pierwsza z tych odpowiedzi impulsowych, może być wykorzystywana do symulacji dyfrakcji impulsu (6.11) na przeszkodach wypukłych. Numeryczna weryfikacja poprawności tych odpowiedzi impulsowych (podpunkt 6.3.1) pokazała, że wykorzystanie jej w operacji splotu z funkcją impulsu padającego na przeszkodę, daje w wyniku dokładne rezultaty zniekształcenia impulsu UWB. Poprzez wykorzystanie procedur opracowanych w rozdziale 4, została wyprowadzona odpowiedź impulsowa kaskady N przeszkód wypukłych, co zostało opisane w rozdziale 5. W rozdziale tym zostały przeanalizowane różnice pomiędzy scenariuszem pojedynczej przeszkody, a kaskadą przeszkód wypukłych. Między innymi został przedstawiony problem pojawienia się nowych (w odniesieniu do przeszkody pojedynczej) postaci współczynników separacji, których sposób wyznaczenia pokazano na przykładzie kaskady dwóch przeszkód wypukłych. Choć mogą być one zależne od częstotliwości, to wyniki badań numerycznych wykazały, że mogą być one przybliżone dla wielkich częstotliwości przez stałe rzeczywiste. Niestety w rozprawie nie pokazano, jaką ostateczną postać mają te współczynniki w przypadku dowolnego scenariusza, a jedynie w wybranych przypadkach. Prace nad rozwiązaniem tego problemu są dalszym celem badań autora nad modelowaniem propagacji impulsu UWB w kanale z wieloma przeszkodami.

W rozdziale 6 została przedstawiona autorska procedura efektywnego obliczania odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych. Prowadzi ona do znacznego zmniejszenia czasu potrzebnego na wyznaczenie próbek odpowiedzi impulsowej przeszkód. Poprawność tej procedury została zweryfikowana z pozytywnym rezultatem poprzez wyniki badań numerycznych, przedstawionych w podpunkcie 6.3.2. Opracowana procedura może zostać wykorzystana nie tylko do obliczenia odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych dla przypadku dyfrakcji, ale również do rozwiązywania

splotów odpowiedzi impulsowych, odpowiadających innym zjawiskom na drodze określonego promienia, dochodzącego od punktu nadawania do punktu odbioru.

Poza numeryczną weryfikacją wyników przedstawionych w rozdziałach 4-6, zostały przeprowadzone również dwa eksperymenty pomiarowe. Pierwszy z nich przeprowadzony został w warunkach rzeczywistych, natomiast drugi w komorze bezodbiciowej. Chociaż w pierwszym scenariuszu zaplanowano eksperyment, tak aby zapewnić dominację składowej dyfrakcji na obiekcie wypukłym w sygnale odbieranym przez antenę odbiorczą, to wyniki pomiarów oraz teoretyczne są znacząco bardziej zbliżone w przypadku eksperymentu w komorze z bezodbiciowej. Zbieżność modułu i fazy transmitancji, wyznaczonych poprzez pomiary z teoretycznymi, w przypadku eksperymentu w komorze bezodbiciowej, jest duża dla obydwu pozycji cylindra między anteną nadawczą oraz odbiorczą (centralnej oraz stycznej). Zbieżność ta jest gorsza dla przypadku pomiarów modułu transmitancji cylindra w środowisku rzeczywistym. Można, stwierdzić, że jest to wynikiem uwzględnienia w obliczeniach teoretycznych jedynie zjawiska dyfrakcji na obiekcie wypukłym, przy pominięciu odbić. Biorąc to pod uwagę można stwierdzić, że stopień tej zbieżności jest wystarczający, co potwierdzają wyniki opublikowane w literaturze [np. 3, str 75].

Rezultaty numerycznej oraz eksperymentalnej weryfikacji wyników zamieszczonych w rozdziałach 4-6 potwierdzają, że są one poprawne i mogą być wykorzystywane w procesie symulacji propagacji impulsów UWB w środowisku rzeczywistym (dobrze przewodzący obiekt wypukły może być modelem wielu przeszkód w rzeczywistym kanale propagacyjnym).

Poprzez wykorzystanie wzorów i procedur, przedstawionych w rozdziałach 4-6, zostały przeprowadzone symulacje, które miały na celu zbadanie właściwości przykładowego impulsu UWB (impulsu Gaussa), zniekształconego w wyniku dyfrakcji na przeszkodzie wypukłej. Badania były przeprowadzone pod kątem analizy dodatkowego opóźnienia, „wprowadzanego” przez przeszkodę wypukłą (nie wynikającego z czynników opóźniających typu $\delta(t-d/v_p)$, d – droga pokonana przez impuls), kształtu zniekształconego impulsu UWB, a także możliwości pominięcia w pewnych scenariuszach składowej zbrocza odpowiedzi impulsowej kaskady przeszkód wypukłych.

Wyniki badań rozsynchronizowania impulsu UWB spowodowanego dyfrakcją na obiekcie wypukłym pokazały, że wartość dodatkowego opóźnienia może okazać się znacząca, co może powodować zmniejszenie dokładności namierzania i obrazowania obiektów wypukłych w zastosowaniach radarowych lub zmniejszeniu przepływności w

zastosowaniach komunikacyjnych. Dodatkowe opóźnienie wzrasta przy zwiększającym się promieniu przeszkody wypukłej oraz wartości kąta. Procentowy udział dodatkowego opóźnienia w długości trwania impulsu jest z reguły proporcjonalny do szerokości pasma impulsu.

Wyniki badań nad postacią zniekształconego impulsu pokazały, że tłumienie impulsu jest proporcjonalne do szerokości pasma impulsu. Natomiast w sygnaturze impulsu zniekształconego, przy mniejszych promieniach i kątach θ , można wyróżnić trzy niezerowe wartości, czyli charakter zniekształcenia impulsu jest taki sam. Natomiast głębokość zniekształcenia wzrasta przy zwiększających się wartościach R oraz θ . Przy znacząco większych wartościach promieni i kątów θ , sygnatura impulsu zmienia swój charakter. Ta uwaga może być znacząca w zastosowaniach radarowych do obrazowania obiektów wypukłych.

Wyniki badań nad oszacowaniem znaczenia składowej zbrocza w odpowiedzi impulsowej kaskady N obiektów wypukłych pokazały, że w przypadku polaryzacji twardej można pominąć składową zbrocza przy relatywnie niedużej odległości między kolejnymi przeszkodami wypukłymi.

Na podstawie powyższego można stwierdzić, że teza postawiona w pierwszym rozdziale rozprawy została udowodniona, a cel rozprawy został osiągnięty.

Opracowano i zweryfikowano wyniki w postaci odpowiedzi impulsowych przeszkód wypukłych dla przypadku dyfrakcji oraz procedury efektywnego obliczania odpowiedzi impulsowej kaskady N przeszkód wypukłych, a tym samym łączenia (analitycznego) odpowiedzi impulsowych, odpowiadających kolejnym zjawiskom na drodze promienia, prowadzącego od punktu nadawania do punktu odbioru. Wypracowane w rozprawie wyniki, można wykorzystać w programach do badania propagacji sygnału UWB w kanałach z przeszkodami wypukłymi.

Otrzymane wyniki, zaprezentowane w rozprawie, zostały również częściowo opublikowane w renomowanym czasopiśmie [22], wydane jako podrozdział w książce [21] oraz były opublikowane na licznych konferencjach międzynarodowych [np. 23, 24, 25, 26]. Ponadto prace nad przedstawioną rozprawą doktorską, uzyskały finansowanie w postaci projektu badawczego promotorskiego pt. „Analiza zniekształceń impulsu UWB w kanałach z przeszkodami wypukłymi” o numerze NN517382336.

Literatura

- [1]. Abramowitz M., Stegun I. A., "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications , 1965.
- [2]. Andersen J. B. , "UTD Multiple-Edge Transition Zone Diffraction", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 45, no. 7, July 1997, pp. 1093-1097.
- [3]. Bertoni H. L., "Radio Propagation for Modern Wireless Systems", Upper Saddle River, N. Jersey, 2000.
- [4]. Bo H., Beaulieu N. C., "Pulse Shapes for Ultrawideband Communication Systems", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 4, no. 4, July 2005, pp. 1789-1797.
- [5]. Buccella C., Feliziani M., Manzi G., „Pulse Shaping Numerical Procedures for Ultra Wide Bandwidth Systems”, IEEE International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, June, 2006.
- [6]. Casciato M. D., Sarabandi K., "High-Frequency Radio Wave Diffraction from Singly Curved Convex Surfaces - a Heuristic Approach", IEE Proc.-Microw. Antennas Propag., vol. 151, no. 1, February 2004, pp. 43-53.
- [7]. Dabin J. A., Haimovich A. M., Grebel H. , "A Statistical Ultra-Wideband Indoor Channel Model and the Effects of Antenna Directivity on Path Loss and Multipath Propagation", IEEE Journal on Selected areas in Communications, vol. 24, no. 4, October 2004, pp. 752-758.
- [8]. Duroc Y., Ghiotto A., Vuong T. P., Tedjini S., "UWB Antennas: Systems With Transfer Function and Impulse Response", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 5, May 2007, pp. 1449-1551.

- [9]. EC 2007/131/: Commission Decision of 21 February 2007 on allowing the use of the radiospectrum for equipment using ultra-wideband technology in a harmonised manner in the Community.
- [10]. Ersoy L., Pathak P. H., "An Asymptotic High-Frequency Analysis of the Radiation by a Source on a Perfectly Conducting Convex Cylinder with an Impedance Surface Patch", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 36, no. 10, March 1988, pp. 1407-1417.
- [11]. FCC 02-48: First Report and Order In the matter of Revision of Part 15 of the Commission Rules Regarding Ultra-Wideband Transmission Systems, Federal Communications Commission, Washington, April 22, 2002.
- [12]. FCC 03-33 Memorandum Opinion and Order and Further Notice of Proposed Rule Making Adopted: February 13, 2003 Released: March 12, 2003.
- [13]. Fock V. A., "Electromagnetic Diffraction and Propagation Problems", Oxford, Pergamon, 1965.
- [14]. Fontana R. J., Richley E. A., "Observations on Low Data Rate, Short Pulse UWB Systems", 2007 IEEE International Conference on Ultra-Wideband (ICUWB), Singapore, 24-26 September 2007.
- [15]. Franz W., Beckmann P., "Creeping waves for objects of finite conductivity", Electromagnetic Wave theory Symposium, pp. 203-208.
- [16]. Fuschini F., El-Sallabi H., Degli-Esposti V., "Analysis of Multipath Propagation in Urban Environment through Multidimensional Measurements and Advanced Ray Tracing Simulation", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 3, March 2008, pp. 848-857.

- [17]. Ghaddar M., Talbi L., Denidni T. A., Sebak A., "A Conducting Cylinder for Modeling Human Body Presence in Indoor Propagation channel", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 11, November 2007, pp. 3099-3103.
- [18]. Ghassemzadeh S. S., Jana R., Rice C. W., "Measurement and Modeling of an Ultra-Wide Bandwidth Indoor Channel", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 52, no. 10, Oct 2004, pp. 1786-1796.
- [19]. Gorce J.-M., Jaffrès-Runser K., De La Roche G., "Deterministic Approach for Fast Simulations of Indoor Radio Wave Propagation", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 3, March 2007, pp. 938-948.
- [20]. Goto K., Yamada H., Ajiki T., „Novel Time-Domain Uniform Asymptotic Solution Transient Scattered Field", International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, 17-21 September, 2007, pp. 291-294.
- [21]. Górnjak P., Bandurski W., „ Time Domain Transition Zone Diffraction on Convex Obstacles", "Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics 9, Springer Verlag, April 2010.
- [22]. Górnjak P., Bandurski W., „Direct Time Domain Analysis of An UWB Pulse Distortion by Convex Objects with the Slope Diffraction Included", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 9, September 2008, pp. 3036-3044.
- [23]. Górnjak P., Bandurski W., „Impulse Response of the UWB Channel with Perfectly and non Perfectly Conducting Convex Obstacles", Eu-CAP 2009, Berlin, March 2009.

- [24]. Górniak P., Bandurski W., „Impulse Response of Transition Zone Diffraction on Many Convex Obstacles in Cascade”, LAPC 2009, Loughborough, November 2009.
- [25]. Górniak P., Bandurski W., „Time Domain Version of the Bertoni’s Frequency Domain Hill Model”, LAPC 2007, Loughborough, November 2007.
- [26]. Górniak P., Bandurski W., „UWB Pulse Distortion in the Channel Containing a Cylindrical Hill”, EuCAP 2006, Nice, November 2006.
- [27]. Gustavsen B., Semlyen A., “Rational Approximation of Frequency Domain Response by Vector Fitting”, IEEE Tran. on Power Delivery, vol.14, no. 3, 1999, pp. 1052-1061.
- [28]. Han J., Nguyen C., “Coupled-Slotline-Hybrid Sampling Mixer Integrated With Step-Recovery-Diode Pulse Generator for UWB Applications”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 53, no. 6, June 2005, pp. 1875-1882.
- [29]. Hansen T. B., Shore R. A., “Incremental Length Diffraction Coefficients for the Shadow Boundary of a Convex Cylinder”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 46, no. 10, October 1998, pp. 1558-1466.
- [30]. Hausman S., “Modelowanie Propagacji Fal Radiowych do Projektowania Naziemnych Systemów Łączności Bezprzewodowej”, Zeszyty Naukowe nr 1009, Politechnika Łódzka, 2007.
- [31]. Herrmann G. F., “Empirical-Computational Methods in the Study of Creeping Waves”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 38, no. 1, Jan 1990, pp. 51-59.

- [32]. Heyman E., Felsen L. B., "High Frequency Fields in the Presence of a Curved Dielectric Interface", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-32, no. 9, September 1984, pp. 969-978.
- [33]. http://www.sintef.no/content/page1____3704.aspx.
- [34]. Huang X., Chen B., Cui H-L., "Radio-Propagation Model Based on the Combined Method of Ray Tracing and Diffraction", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 4, April 2006, pp. 1284-1291.
- [35]. Ilic M. M., Djordjevic M., Ilic A. Z., "Higher Order Hybrid FEM-MoM Technique for Analysis of Antennas and Scatterers", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 57, no. 5, May 2009, pp. 1452-1460.
- [36]. Janpugdee P., Pathak P. H., Burkholder R., "A Ray-Based Subaperture Approach for the Prediction of Mutual Coupling between Conformal Arrays on a Convex Metallic Platform", Microwave Conference. APMC 2009, 10 Dec. 2009, pp. 1277-1280.
- [37]. Juan-Llacer L. , "PO and UTD Solutions for Multiple-Diffraction Analysis in Radiowave Propagation Prediction", EuCAP 2009, Berlin, 23-27 March, 2009.
- [38]. Katz M., „Introduction to Geometrical Optics”, World Scientific Publishing Company, April 2003.
- [39]. Keignart J., Daniele N., "Subnanosecond UWB Channel Sounding in Frequency and Temporal Domain", IEEE Conference on Ultra Wide-band systems and technologies, 2002.

- [40]. Kim S., Wang Y. E., „UWB Pulse Generation Techniques With Switched Resonators”, IEEE International Conference on Ultra-Wideband, 24-27 September, 2006, pp. 91-95.
- [41]. Koutitas G., Tzaras C., "A UTD Solution for Multiple Rounded Surfaces", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 4, April 2006, pp 1277-1283.
- [42]. Kouyoumjian R. G., "Asymptotic High-Frequency Methods", Proc. IEEE, August 1965, pp. 864-876.
- [43]. Lee K-H., Chen C-C., Teixeira F. L., "Modeling and Investigation of a Geometrically Complex UWB GPR Antenna Using FDTD ", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 52, no. 8, August 2004, pp. 1983-1991.
- [44]. Lin C. J., Wu Y-D., Chiu C-C., "Image Reconstruction of Dielectric Objects by Genetic Algorithm", IEEE International symposium on Electromagnetic Compatibility, 11-16 May, 2003.
- [45]. Logan N. A., General Research in Diffraction Theory, Lockheed Missiles and Space Division, Tech. Rep. LMSD-288087, 1959.
- [46]. Lucido M., Panariello G., Schettino F., "Analysis of the electromagnetic scattering by perfectly conducting convex polygonal cylinders", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 4, April 2006, pp. 1223-1231.
- [47]. McNamara D. A., Pistorius C. W. I., "Introduction to The Uniform Geometrical Theory of Diffraction, Artech House, Boston 1990.
- [48]. Miyagi D., Wakatsuki T., Takahashi N., "3-D Finite Element Analysis of Current Distribution in HTS Power Cable Taking Account of E-J Power

- Low Characteristics”, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 2, March 2004, pp. 908-911.
- [49]. Molisch A. F., “Ultra-Wideband Propagation Channels – Theory, Measurement and Modeling”, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 54, no. 5, September 2005, pp. 1528-1545.
- [50]. Molisch A. F., Balakrishnan K., Cassioli D., “A Comprehensive Model for Ultrawideband Propagation Channels”, IEEE Globecom 2005, pp. 3648-3653.
- [51]. Molisch A., “Status of Channel Modeling”, IEEE document no P802.15-04-0346-00-004a/r0.
- [52]. Naishadham K., Piou J. E., “A Robust State Space Model for the Characterization of Extended Returns in Radar Target Signatures”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 56, no. 6, June 2008, pp. 1742-1751.
- [53]. Niemand P., Odendaal J.W., “Characterization of Radar-Absorbing Material using Time-Domain Techniques”, South African Symposium on Communications and Signal Processing, 7-8 September, 1998, pp. 367-372.
- [54]. Oh M.-K., Kim J.-Y., Park K.-R., “Digitally-Controlled UWB Pulse Generator for IEEE 802.15.4a Systems”, International Conference on Consumer Electronics, 10-14 January, 2007.
- [55]. Paknys R., Jackson D. R., “The Relation Between Creeping Waves, Leaky Waves and Surface Waves”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 53, no. 3, March 2005, pp. 898-907.

- [56]. Paknys R., Jackson D. R., "Corrections to: The Relation Between Creeping Waves, Leaky Waves and Surface Waves", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 1, Jan 2007, pp. 250.
- [57]. Paknys R., Wang N., "Creeping Wave Propagation Constants and Modal Impedance for a Dielectric Coated Cylinder", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-34, no. 5, May 1986, pp. 674-680.
- [58]. Paknys R., Wang N., "Creeping Wave Propagation Constants for Impedance Boundary Conditions", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-34, no. 5, May 1986, pp. 674-680.
- [59]. Partal H.P. , Mautz J. R., "Radiation from a Circular loop in the Presence of Spherically Symmetric Conducting or Dielectric Objects ", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 48, no. 10, March 2000, pp. 1646-1652.
- [60]. Pathak P. H., Burside W., Marhefka R., "A Uniform GTD Analysis of the Diffraction of Electromagnetic Waves by a Smooth Convex Surface", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 28, no. 5, September 1980, pp 631-642.
- [61]. Pearson L. W., "A Scheme for Automatic Computation of Fock-Type Integrals", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-35, no. 10, Oct 1987, pp. 1111-1118.
- [62]. Porcino D., Hirt W., "Ultra-Wideband Radio Technology: Potential and Challenges Ahead", IEEE Commun. Mag., July 2003, pp. 2-11.

- [63]. Qiu R. C. , Zhou C., Liu Q., “Physics-Based Pulse Distortion for Ultra-Wideband Signals”, IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 54, no. 5, September 2005, pp. 1546-1555.
- [64]. Rajagopalan A., Gupta G., Konanur A. S., „Increasing Channel Capacity of an Ultrawideband MIMO System Using Vector Antennas”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 10, October 2007, pp. 2880-2887.
- [65]. Reed J. H., „An Introduction to Ultra Wideband Communication Systems”, Prentice Hall, June 2005.
- [66]. Rousseau P. R., Pathak P. H., “Time-Domain Uniform Geometrical Theory of Diffraction for a Curved Wedge, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 43, no. 12, December 1995, pp 1375-1382.
- [67]. Rousseau P. R., Pathak P. H., Chou H-T., “A Time Domain Formulation of the Uniform Geometrical Theory of Diffraction for Scattering from a Smooth Convex Surface”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 6, June 2007, pp. 1522-1534.
- [68]. Seitz J., Schaub M., Hirsch O., “UWB Feature Localization for Imaging”, IEEE International Conference on Ultra-Wideband, 10-12 September 2008, pp. 199-202.
- [69]. Standard ECMA-368, 2nd edition, December 2007.
- [70]. Sturm H., Sorgel W., Kayser T., Wiesbeck W., “Deterministic UWB Wave Propagation Modeling for Localization Applications Based on 3-D Ray Tracing”, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest Symposium, 11-16 June 2006, pp. 2003-2006.

- [71]. Sun Jin, Wang Chao-Fu, "Creeping Waves Along a Perfectly Conducting Cylinder with a Lossy Magnetic Coating", IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, vol. 2, 2003, pp. 298-301.
- [72]. Tabakcioglu M.B., Kara A., „ON the Improvements in Multiple Edge Transition Zone Diffraction”, EuCAP 2007, Edinburgh, 11-16 November, 2007.
- [73]. Uguen B., Aubert L-M., Talom F. T., "A Comprehensive MIMO-UWB Channel Model Framework for Ray Tracing Approaches", IEEE International Conference on Ultra-Wideband, 24-27 September 2006, pp. 231-236.
- [74]. Valderas D., Legarda J., Gutierrez I., Sancho J. I., "Design of UWB Folded-Plate Monopole Antennas Based on TLM", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 6, June 2006, pp. 1676-1687.
- [75]. Wait J. R. , Conda A. M., "On the Diffraction of Electromagnetic Pulses by Curved Conducting Surfaces", Canadian Journal of Physics, vol. 37, 1959, pp. 1384-1396.
- [76]. Wait J. R., Conda A. M., "Pattern of an Antenna on a Curved Lossy surface", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-6, no. 4, Oct 1958, pp. 348-359.
- [77]. Wesółowski K., "Mobile Communication Systems", John Wiley & Sons, 2002.
- [78]. Wildman R. A., Weile D. S., "Inverse scattering of homogeneous dielectric cylinders using genetic programming", IEEE Antennas and Propagation International Symposium, 9-15 June 2007, pp. 2205-2208.

- [79]. Win M.Z., Scholtz R.A., "Impulse Radio: How it Works", IEEE Commun. Lett. Vol. 2, February 1998, pp. 36-38.
- [80]. Yamashita E., "Analysis Methods for Electromagnetic Wave Problems", Artech House 1987, pp. 213-222.
- [81]. Yao R., Gao G., Chen Z., "UWB Multipath Channel Model Based on Time-Domain UTD Technique", IEEE Global Telecommunications Conference, 1-5 December, 2003, pp. 1205-1210.
- [82]. Zhou C., Qiu R. C., "UWB Pulse Distortion Caused by Cylinder Diffraction and its Impact on UWB Communications, IEEE International Conference on Ultra-Wideband, Waltham, MA, September 2006, pp.645-650.